

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام گزاره نادرست است؟

الف. در ماتریس بالا مثلثی A ، برای $i > j$ ، $a_{ij} = 0$

ب. در ماتریس قطری A ، برای $i \neq j$ ، $a_{ij} = 0$

ج. در ماتریس پادمتقارن A ، برای هر i ، $a_{ii} = 0$

د. اگر ماتریس A هم بالا مثلثی و هم پایین مثلثی باشد، آنگاه A برابر ماتریس صفر است.

۲. کدام گزاره نادرست است؟

الف. اگر A وارون پذیر باشد، A' نیز وارون پذیر است.

ب. اگر A' وارون پذیر باشد، A نیز وارون پذیر است.

ج. اگر $AB = 0$ آنگاه A برابر ماتریس صفر یا B برابر ماتریس صفر است.

د. برای هر ماتریس مربع A ، $A - A'$ پادمتقارن است.

۳. کدام یک درست است؟

الف. هر ماتریس مربع را می‌توان با استفاده از اعمال سطری مقدماتی به یک ماتریس واحد تبدیل کرد.

ب. $\begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix}$ یک ماتریس مقدماتی است ($c \neq 0$)

ج. اگر ماتریس A هم ارز سطری ماتریس B باشد، آنگاه A وارون پذیر است اگر و تنها اگر B وارون پذیر باشد.

د. دستگاه همگن $AX = 0$ فقط دارای جواب $X = 0$ است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. کدام یک از ماتریس های زیر هم ارز سطری ماتریس واحد است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

۵. کدام یک از مجموعه های زیر مولد R^3 است؟

الف. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ ب. $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$
ج. $\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ د. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$

۶. فضای برداری $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \mid a, b \in R \right\}$ با کدام یک از فضاهای برداری زیر یکرخت است؟

الف. R ب. R^2 ج. R^3 د. R^4

۷. اگر A و B دو ماتریس هم بعد باشند، کدام گزاره درست است؟

الف. $r(A+B) = r(A) + r(B)$ ب. $r(AB) = r(A)$

ج. $r(AB) = r(B)$ د. $r(A) = r(B)$ اگر و تنها اگر A و B هم ارز باشند.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

-- ۰

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۸. فرض کنید V مجموعه همه توابع حقیقی پیوسته بر بازه $[0, 1]$ باشد کدام یک از مجموعه‌های زیر یک زیر فضای V نیست؟

ب. مجموعه توابع با شرط $f(0) = 0$

الف. مجموعه توابع ثابت

د. مجموعه توابع مشتق پذیر

ج. مجموعه توابع با شرط $f(0) = 1$

۹. تحت ضرب داخلی در R^2 به صورت $X.Y = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 2x_2y_2$ برای $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ در R^2 ،

طول بردار $X = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

د. ۳

ج. ۱

ب. $\sqrt{2}$ الف. $\sqrt{5}$

۱۰. با استفاده از فرآیند گرام اشمیت یک پایه متعامد از $T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ برای R^2 تحت ضرب داخلی متعارف کدام است؟

د. $\begin{bmatrix} -\frac{2}{5} \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} -\frac{6}{5} \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

الف. $\begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۱. فرض کنید $T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ یک پایه مرتب برای R^3 باشد. مختصات بردار $X = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}$ نسبت به T

کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱۲. در فضای برداری P_2 تحت ضرب داخلی $f.g = \int_0^1 f(t)g(t)df$ فاصله بین $f(t) = t^2 - t + 1$ و $g(t) = t^2 + t + 2$

کدام است؟

الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\sqrt{\frac{10}{3}}$ ج. $\sqrt{\frac{13}{3}}$ د. $\sqrt{\frac{11}{3}}$

۱۳. در تبدیل خطی $T: R^2 \rightarrow R^3$ ، $T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2x_1 \\ x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$ ، بعد هسته T برابر است با:

الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۱۴. فرض کنید $T: R^2 \rightarrow R^2$ یک تبدیل خطی و $T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $T\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد. $T\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}\right)$ کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} -1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} 1 \\ -10 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} -1 \\ -10 \end{bmatrix}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۵. کدام یک از تبدیلات خطی زیر وارون پذیر است؟

$$T: R^p \rightarrow R^p$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_p \\ x_1 + x_p \end{bmatrix} \quad \text{ب.}$$

$$T: R^p \rightarrow R^p$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_p \\ 2x_1 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

$$T: R^p \rightarrow R^p$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_p + x_p \\ 2x_1 + x_p \end{bmatrix} \quad \text{د.}$$

$$T: R^p \rightarrow R^p$$

$$T\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_p \\ 2x_1 \\ x_1 + x_p \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

۱۶. در تبدیل خطی $L: R^p \rightarrow R^p$ ، $L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_p \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_p \\ 2x_1 + 3x_p \end{bmatrix}$ ، $L^{-1}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right)$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{د.}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ب.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

۱۷. کدام یک نادرست است؟

الف. جایگشت (۵ ۱ ۲ ۴ ۳) از S_5 یک جایگشت فرد است.ب. برای ماتریس مربع A ، $|A^n| = |A|^n$.

ج. دترمینان یک ماتریس بالا مثلثی حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی آن است.

د. $|cA| = c|A|$ و $(c \in R)$.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۸. بعد فضای ویژه متناظر با $\lambda = 0$ برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. صفر ب. ۱ ج. ۲ د. ۳

۱۹. اگر P یک ماتریس متعامد $n \times n$ باشد، کدام گزاره نادرست است؟

الف. P نامنفرد است
ب. دترمینان P برابر ± 1 است.
ج. حاصل ضرب مقادیر ویژه P برابر ۱ است.
د. ستون‌ها و سطرهای P متعامد یک‌اند.

۲۰. کدام گزاره در مورد ماتریس $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 4 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ نادرست است؟

الف. A خود توان است.
ب. A یک ماتریس احتمال است.
ج. A خود توان و وارون پذیر است.
د. A خود توان و نامتقارن است.

سؤالات تشریحی

۱. دو ماتریس هم ارز سطری را تعریف کرده و نشان دهید که ماتریسهای A و B هم ارز سطری هستند اگر و تنها اگر ماتریسهای

مقدماتی سطری مانند $E_1, E_2, \dots, E_p, E_r$ وجود داشته باشند به طوری که $B = E_r \dots E_p E_1 A$ ۱/۵ نمره

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی ۱ برای آمار
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۲۷)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۲. گستره یک زیر مجموعه مانند X از فضای برداری V را تعریف کنید و نشان دهید که هرگاه:

$$X' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}, \quad X = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$$

با گستره X' برابر است. ۱ نمره

۳. فرض کنید T و S دو پایه مرتب برای فضای برداری V_n , C ماتریس انتقال از T به S باشد، نشان دهید که: ۱/۵ نمره

الف. C یکتا است.

ب. C وارون پذیر است.

۴. الف. نشان دهید که هر مجموعه متعامد از بردارهای غیر صفر یک فضای اقلیدسی مستقل خطی است. ۱/۵ نمره

ب. هسته تبدیل خطی $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ را تعیین کنید.

$$L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 - x_2 \\ x_3 + x_2 \end{bmatrix}$$

۵. فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ نشان دهید که A قطری شدنی است و ماتریس‌های P و D را چنان بیابید که $A = PDP^{-1}$ ۱/۵ نمره