

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - آمار  
 ۱۱۱۱۰۴۱ - ۱۱۱۱۰۸۸  
 کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

امام علی<sup>(ع)</sup>: برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. هر گاه  $P_1$  ,  $P_\mu$  دو افراز از بازه  $[a, b]$  باشند، به قسمی که  $P_1 \subseteq P_\mu$  باشند، در مورد حاصلجمع‌های بالای  $f$  و  $\alpha$  نسبت به این دو افراز کدام گزینه درست است؟

الف.  $L(P_1, f, \alpha) \leq L(P_\mu, f, \alpha)$       ب.  $U(P_1, f, \alpha) = U(P_\mu, f, \alpha)$

ج.  $L(P_\mu, f, \alpha) \leq L(P_1, f, \alpha)$       د.  $U(P_\mu, f, \alpha) = L(P, f, \alpha)$

۲.  $\int_a^b f d\alpha$  به عنوان مفهوم برابر کدام عبارت تعریف می‌شود؟

الف.  $\sup_P U(P, f, \alpha)$       ب.  $\inf_P U(P, f, \alpha)$       ج.  $\lim_P U(P, f, \alpha)$       د.  $\lim_P L(P, f, \alpha)$

۳. بیان شرط ریمان برای وجود انتگرال ریمان - اشتیلیس کدام است؟

الف.  $\forall \varepsilon \exists P_\varepsilon \forall P (P_\varepsilon \subseteq P \Rightarrow U(P, f, \alpha) - L(P, f, \alpha) < \varepsilon)$

ب.  $\forall \varepsilon \exists P_\varepsilon \forall P_1, P_\mu (P_\varepsilon \subseteq P_1, P_\mu \Rightarrow U(P_\mu, f, \alpha) - U(P_1, f, \alpha) < \varepsilon)$

ج.  $\exists \varepsilon \forall P \exists P_\varepsilon (P_\varepsilon \subseteq P \Rightarrow L(P, f, \alpha) - L(P, f, \alpha) < \varepsilon)$

د.  $\forall \varepsilon \exists P_\varepsilon \forall P_1, P_\mu (P_\varepsilon \subseteq P_1, P_\mu \Rightarrow |\sum_{k=n+1}^m f(t_k) \Delta \alpha_k| < \varepsilon)$

۴. تابع  $f$  را بر  $[a, b]$  با تغییر کران‌دار باشد هرگاه:

الف.  $\exists M \forall P (\sum(P) < M)$       ب.  $\forall P \exists M (\sum(P) \leq M)$

ج.  $\exists P \forall M (\sum(P) < M)$       د.  $\forall P \exists M (\sum(P) > M)$

۵. هر گاه  $f$  بر  $[a, b]$  با تغییر کران‌دار باشد، آنگاه:

الف.  $f$  برای بازه کران‌دار است.      ب.  $f$  بر این بازه فقط از بالا کران‌دار است.

ج.  $f$  بر این بازه فقط از پایین کران‌دار است.      د. حکم کلی نمی‌توان کرد.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - آمار  
 ۱۱۱۱۰۴۱ - ۱۱۱۱۰۸۸  
 کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۶. هر  $f$  گاه بر  $[a, b]$  کران دار باشد:

ب.  $f$  برای بازه مشتق پذیر است

الف.  $f$  بر این بازه با تغییر کران است

د. حکم کلی نمی توان کرد

ج.  $f$  بر این بازه انتگرال پذیر است

۷.  $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله ای از توابع بر  $[a, b]$  است به قسمی که  $f_n(x) = \frac{x^n + nx}{x^2 + x}$  در این صورت در باب حد نقطه به نقطه آن کدام گزینه درست است؟

د. حد نقطه به نقطه وجود ندارد

ج.  $f(x) = n$

ب.  $f(x) = 0$

الف.  $f(x) = \frac{1}{x}$

۸. حد نقطه به نقطه دنباله توابع  $f_n(x) = \frac{n \sin x + 1}{n^2 + \cos x}$  در  $(0, \pi)$  کدام است؟

د.  $f(x) = \frac{\sin x}{n}$

ج.  $f(x) = n \tan n$

ب.  $f(x) = \frac{1}{n}$

الف.  $f(x) = 0$

۹. بیان قضیه اول مقدار میانگین برای انتگرال کدام است؟

الف. نقطه ای مانند  $c$  هست که  $a < c < b$  و  $\int_a^b f d\alpha = f(c)(\alpha(b) - \alpha(a))$

ب. نقطه ای مانند  $c$  هست که  $a \leq c \leq b$  و  $\int_a^b f d\alpha = f(c)(\alpha(b) - \alpha(a))$

ج. اگر  $f$  بر  $[a, b]$  پیوسته باشد نقطه ای مانند  $c$  هست که  $a \leq c \leq b$  و  $\int_a^b f d\alpha = f(c)(\alpha(b) - \alpha(a))$

د. اگر  $f$  بر  $[a, b]$  کراندار باشد نقطه ای مانند  $c$  هست که  $a \leq c \leq b$  و  $\int_a^b f d\alpha = f(c)(\alpha(b) - \alpha(a))$

۱۰. فرض کنیم  $f \in R(\alpha)$  و  $F(x) = \int_a^x f d\alpha$  در این صورت  $F$  چگونه تابعی است؟

ب. اگر  $\alpha$  مشتق پذیر باشد  $F$  مشتق پذیر است

الف.  $F$  مشتق پذیر است

د. اگر  $\alpha$  پیوسته باشد  $F$  نیز پیوسته است

ج.  $F$  پیوسته است

۱۱. فرض کنیم  $a < c < b$  و  $f$  در  $c$  پیوسته باشد. هرگاه:  $\alpha(x) = I(x - c)$  (تابع پله ای واحد است) آنگاه کدام درست است؟

الف.  $\int_a^b f d\alpha = f(a)$  ب.  $\int_a^b f d\alpha = f(b)$  ج.  $\int_a^b f d\alpha = f(b) - f(a)$  د.  $\int_a^b f d\alpha = f(c)$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - آمار  
 ۱۱۱۱۰۴۱ - ۱۱۱۱۰۸۸  
 کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۲. هرگاه  $p, q$  دو عدد حقیقی مثبت باشند به طوریکه  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ ، آنگاه برای هر دو عدد نامنفی  $a, b$  کدام گزینه صحیح است؟

ب.  $(ab)^{p-q} \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$

الف.  $ab \leq \left(\frac{a}{p}\right)^p + \left(\frac{b}{q}\right)^q$

د.  $(ab)^{pq} \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$

ج.  $ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$

۱۳. فرض کنیم  $\{f_n\}$  دنباله‌ای از توابع باشد که به  $f$  همگرا است، در چه صورت  $f$  پیوسته است؟

ب.  $f_n$  ها پیوسته و همگرایی یکنواخت باشد

الف.  $f_n$  ها پیوسته باشند

د.  $f_n$  ها انتگرالپذیر و همگرایی یکنواخت باشد

ج. همگرایی یکنواخت باشد

۱۴. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^p}$  بر  $R$  چگونه است؟

ب. فقط به طور یکنواخت همگراست

الف. به طور مطلق و یکنواخت همگراست

د. فقط به طور مطلق همگراست

ج. فقط همگراست

۱۵. سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}$  بر کدام بازه به طور یکنواخت همگراست؟

ب. بر بازه  $(0, 2\pi)$

الف. بر هر بازه مانند  $(0, a)$

د. بر هر بازه مانند  $[\delta, 2\pi + \delta]$  که  $0 < \delta$

ج. بر هر بازه مانند  $[\delta, 2\pi - \delta]$  که  $0 < \delta$

۱۶. شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$  برابر کدام است؟

د.  $R = \infty$

ج.  $R = \frac{1}{2}$

ب.  $R = 1$

الف.  $R = 2$

۱۷. شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  برابر کدام است؟

د.  $R = \infty$

ج.  $R = 2$

ب.  $R = \frac{1}{2}$

الف.  $R = 1$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - آمار  
 ۱۱۱۱۰۴۱ - ۱۱۱۱۰۸۸  
 کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: — مجاز است.

۱۸. شعاع همگرایی سری  $E(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$  ,  $(z \in \mathbb{R})$  برابر کدام است؟

- الف. ۱      ب. ۰      ج.  $\infty$       د. ۲

۱۹. فرض کنیم  $f$  تابعی کراندار بر  $[a, b]$  و  $V$  تابع تغییر کلی  $f$  بر این بازه باشد.  $V$  چگونه تابعی است؟

- الف. نزولی است.      ب. صعودی است.      ج. صعودی و مشتقپذیر است.      د. نزولی و مشتقپذیر است.

۲۰. بر بازه  $[a, b]$  کدام گزینه درست است؟

- الف. هر تابع مشتقپذیر با تغییر کراندار است.      ب. هر تابع با تغییر کراندار مشتقپذیر است.  
 ج. هر تابع پیوسته با تغییر کراندار است.      د. هر تابع با مشتق کراندار با تغییر کراندار است.

### سؤالات تشریحی

(بارم هر سؤال ۲٫۵ نمره می‌باشد)

۱. ثابت کنید هر گاه توابع  $f, \alpha$  هر دو در نقطه  $x_0$  از بازه  $[a, b]$  از راست ناپیوسته باشند آنگاه  $f \notin R(\alpha)$

۲. فرض کنیم  $f$  بر  $[a, \infty)$  ( $a > 0$ ) تعریف شده است،  $p > 1$  و  $\lim_{x \rightarrow \infty} [x(\log x)^p f(x)]$  موجود باشد، ثابت کنید

$\int_a^{\infty} |f(x)| dx$  همگراست.

۳. فرض کنیم  $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$  ,  $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$  دنباله‌هایی از توابع بر مجموعه  $X$  باشند به طوریکه :

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n$  به طور یکنواخت همگرا است

ب. دنباله  $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$  به طور یکنواخت بر  $X$  کراندار است

ج. به ازای هر  $n$  و هر  $x$  ،  $g_n(x) \leq g_{n+1}(x)$

ثابت کنید  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n g_n$  به طور یکنواخت بر  $X$  همگراست.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴  
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه  
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۲  
 رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی - آمار  
 ۱۱۱۱۰۸۸-۱۱۱۱۰۴۱  
 کد سری سؤال: یک (۱)

مجاز است.

استفاده از: —

۴. فرض کنیم  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^k$  تابعی برداری به صورت  $f = (f_1, f_2, \dots, f_k)$  باشد. همچنین  $\alpha$  بر  $[a, b]$  صعودی باشد.

الف.  $\int_a^b f d\alpha$  را تعریف کنید.

ب.  $\|f\|$  را تعریف کنید.

ج. ثابت کنید هرگاه  $f \in R(\alpha)$  آنگاه  $\|f\| \in R(\alpha)$  و  $\|\int_a^b f d\alpha\| \leq \int_a^b \|f\| d\alpha$