

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۴۸

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

توجه: منظور از \underline{Z} حلقه اعداد صحیح و \underline{Q} حیات اعداد گویا است.

۱- فرض کنید A و B دو زیرگروه از گروه G باشند و $x \in G$. در این صورت، $|AxB|$ برابر است با:

الف. $|AB|$ ب. $|A||B|$ ج. $|A|+|B|$ د. $|A \cap B|$

۲- گروه G در کدام یک از گزینه‌های زیر دوری است؟

الف. $|G|=14$ ب. $|G|=16$ ج. $|G|=24$ د. $|G|=25$

۳- اگر G یک گروه ناآبلی و Z مرکز G باشد، در این صورت:

الف. $\frac{G}{Z}$ دوری است. ب. Z آبلی است و $\frac{G}{Z}$ متناهی است.

ج. Z آبلی است ولی $\frac{G}{Z}$ دوری نیست. د. $\frac{G}{Z}$ آبلی است.

۴- فرض کنید H یک زیرگروه از گروه G باشد. در این صورت تعداد زیرگروه‌های مزدوج با H برابر است با:

الف. $|N(H)|$ ب. $[N(H):H]$ ج. $[G:H]$ د. $[G:N(H)]$

۵- تعداد ۷- زیرگروه‌های سیلو از گروه G با مرتبه ۱۲۲۵ برابر است با:

الف. ۱ ب. ۲ ج. ۷ د. ۴۹

۶- کدام یک از گروه‌های زیر ساده نیست؟

الف. A_3 ب. A_4 ج. $\frac{S_5}{A_5}$ د. $\frac{S_8}{A_8}$

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۴۸

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

۷- فرض کنید M یک مدول روی حلقه تعویضپذیر R و I یک ایده‌آل از R باشد در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

ب. $I = \text{Ann}_R\left(\frac{M}{IM}\right)$

الف. $I \subseteq \text{Ann}_R\left(\frac{M}{IM}\right)$

د. $I \subseteq \text{Ann}_R(IM)$

ج. $\text{Ann}_R\left(\frac{M}{IM}\right) \subseteq I$

۸- کدام یک از Z - مدول های زیر آزاد است؟

د. $\frac{Z}{2Z} \oplus \frac{Z}{5Z}$

ج. $\frac{Z}{2Z}$

ب. $Z \oplus \frac{Z}{5Z}$

الف. $Z \oplus Z$

۹- فرض کنید R یک حلقه تعویضپذیر ناصفر و F یک R - مدول آزاد و متناهی مولد باشد. در این صورت:ب. F نامتناهی است.الف. F متناهی است.د. هر پایه F متناهی است.ج. F ممکن است دارای یک پایه نامتناهی باشد.۱۰- فرض کنید M یک مدول روی حلقه تعویضپذیر R و $u: M \rightarrow M$ یک R - بروریختی باشد. در این صورت، u یک یکریختی است هرگاه:الف. M نوتری باشد. ب. M آرتینی باشد. ج. حلقه R آرتینی باشد. د. M آرتینی و نوتری باشد.۱۱- فرض کنید R حلقه‌ای تعویض‌پذیر و نوتری باشد. کدام گزینه درست است؟ب. هر R - مدول نوتری استالف. هر R - مدول آرتینی استد. هر R - مدول با تولید متناهی، نوتری است.ج. هر R - مدول با تولید متناهی است۱۲- در کدام یک از Z - مدول های زیر، هر زیرمدول نوتری است؟

د. $Z[x, y]$

ج. $Z \oplus Z$

ب. $Z[x]$

الف. $Q \oplus Q$

۱۳- کدام گزینه درست است؟

ب. Q به عنوان Q - مدول دارای طول نامتناهی استالف. Q به عنوان Z - مدول با طول متناهی استد. Q به عنوان Q - مدول با طول متناهی است.ج. Z به عنوان Z - مدول با طول متناهی است.

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۴۸

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

- ۱۴- فرض کنید M یک مدول ناصفر به طول n روی حلقه تعویضپذیر R باشد. در این صورت کدام گزینه زیر صحیح است؟
- الف. طول هر زنجیر اکید از زیرمدول های M کمتر از n است.
- ب. طول هر زیرمدول از M کمتر از n است.
- ج. طول هر مدول خارج قسمتی از M کمتر یا مساوی n است.
- د. طول هر مدول خارج قسمتی از M بیشتر از n است.

- ۱۵- فرض کنید V یک فضای برداری روی میدان K باشد. در این صورت V متناهی بعد است، هرگاه
- الف. V یک K -مدول آزاد باشد.
- ب. V دارای مجموعه مولد متناهی باشد.
- ج. V یک K -مدول ناصفر باشد.
- د. طول V متناهی باشد.

- ۱۶- طول Z -مدول $\frac{Z}{20Z}$ برابر است با:

الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

- ۱۷- کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست؟

الف. $Z[x]$ ب. $Q[x]$ ج. $Z_p[x]$ د. $Z[x_1, x_2, x_3, \dots]$

- ۱۸- در چه صورت حلقه R آرتینی است؟

الف. اگر هر حلقه خارج قسمتی R آرتینی باشد

ب. اگر هر حلقه خارج قسمتی R نوتری باشد

ج. اگر حلقه $R[x]$ آرتینی باشد.

د. اگر حلقه $R[x]$ نوتری باشد.

- ۱۹- کدام یک از حلقه های زیر تنها شامل یک تعداد متناهی ایدآل اول است؟

الف. Z ب. Q ج. $Z[x]$ د. $Q[x]$

- ۲۰- فرض کنید M یک مدول روی حلقه تعویضپذیر R و I یک ایدهآل از R باشد به طوری که $I \subseteq \text{Jac}(R)$. در این صورت $M = 0$ است هرگاه

الف. $M = IM$

ب. M متناهی مولد باشد.

ج. M متناهی مولد باشد و $M = IM$

د. $M + IM = 0$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (محض و کاربردی)

۱۱۱۱۰۴۸

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: —

مجاز است.

سؤالات تشریحی

(بارم هر سؤال ۲ نمره می‌باشد)

۱- فرض کنید H یک زیرگروه از گروه متناهی G باشد. نشان دهید که اگر H شامل نرمالساز زیرگروه سیلوی P باشد، آن گاه H نرمالساز خودش است.

۲- فرض کنید R یک حلقه تعویضپذیر آرتینی باشد. نشان دهید هر R -مدول متناهی مولد آرتینی است.

۳- ثابت کنید هیچ گروهی از مرتبه ۲۴ ساده نیست.

۴- فرض کنید (R, M) یک حلقه موضعی باشد. در این صورت:

$$\text{الف. نشان دهید } \bigcap_{n=1}^{\infty} M^n = 0.$$

$$\text{ب. اگر } I \text{ یک ایده‌آل از } R \text{ باشد، نشان دهید } \bigcap_{n=1}^{\infty} (I + M^n) = I.$$

۵- فرض کنید A یک مدول آرتینی روی حلقه تعویضپذیر R باشد و $a \in A$ و $a \neq 0$. نشان دهید یک مجموعه متناهی مانند

$$\{M_1, \dots, M_n\} \text{ از ایده‌آل‌های ماکسیمال از } R \text{ و عدد صحیحی مانند } t \geq 1 \text{ وجود دارند به طوری که } (M_1 \cdots M_n)^t a = 0.$$