

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضوعی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۱۰۴۹

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. کدام گزینه ویژگی دو بردار متوازی است؟

الف. دارای نقطه اثر یکسانند

ب. قسمت برداری آنها یکی است

ج. دارای نقطه اثر متمایزاند

د. دارای طول یکسان هستند

۲. اگر $v = (0, 0, -3)$, $p = (1, 1, 0)$, $f = x^2 yz$ آنگاه مقدار $v_p[f]$ کدام است؟

الف. ۰ ب. ۳- ج. $-\frac{1}{2}$ د. ۲

۳. اگر $F = (f_1, f_2, f_3)$ نگاشتی از E^2 به E^3 و برای بردار V و نقطه p ، $V_p[f_i] = 1$ و $i = 1, 2, 3$ آنگاه مقدار $F_*[V]$ در $F(p)$ کدام است؟

الف. ۳ ب. ۲ ج. $(1, 2, 1)$ د. $(1, 1, 1)$

۴. کدامیک ویژگی نگاشت مشتق (F_*) نمی‌باشد؟

الف. تبدیل خطی است

ب. F_* یک دیفیومرفیسم است

ج. یک به یک است

د. $F_* p$ بهترین تقریب تغییرات F در مجاورت نقطه p است

۵. اگر خم غیر ثابت α ، خط راست باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

الف. $\alpha' = \alpha'' = 0$ ب. $\alpha' = 0$ و ثابت $\alpha'' = 0$

ج. $\alpha'' = 0$ و ثابت $\alpha' = 0$ د. $\alpha' = \alpha''$

۶. اگر α یک خم مسطح باشد آنگاه کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف. $T' = 0$ ب. $N' = 0$ ج. $B' = 0$ د. $B' = N' = 0$

۷. فرمول محاسبه مقدار انحناء خم منظم α در E^3 کدام است؟

الف. $\frac{\|\alpha' \times \alpha''\|}{\|\alpha'\|^3}$ ب. $\frac{\alpha' \times \alpha''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}$

ج. $\frac{(\alpha' \times \alpha'').\alpha'''}{\|\alpha' \times \alpha''\|^2}$ د. $\frac{(\alpha' \times \alpha'').\alpha'''}{\|\alpha' \times \alpha''\|}$

۸. اگر α یک خم منظم با انحناء مثبت باشد و $\tau = k$ (در هر نقطه) آنگاه α کدام است؟

الف. خط راست ب. مارپیچ ج. کاتناری (یا زنجیری) د. کاتنویید

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضوعی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۱۰۴۹

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۹. اگر $p = (0, 1, 2)$, $V = (0, 1, -1)$, $W = (x^2, z, y)$ آنگاه مشتق کوواریان $\nabla_V^W(p)$ عبارت است از:

- الف. $(0, 0, 1)$ ب. $(0, -1, 1)$ ج. $(1, 0, 1)$ د. $(2, 1, -3)$

۱۰. کدام گزاره درست است؟

- الف. هندسه اقلیدسی را می توان تمام مفاهیمی در نظر گرفت که بوسیله ایزومتريهای اقلیدسی حفظ می شوند
ب. دیفیومورفیسمها حافظ مفاهیم اقلیدسی اند.
ج. هر تبدیل دلخواه اقلیدسی حافظ شتاب است.
د. هر ایزومتري یک دیفیومورفیسم است.

۱۱. کدامیک از زیرمجموعه های زیر در R^3 ، رویه است؟

- الف. $x^2 + y^2 + z^2 = -1$ ب. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1 - \frac{z^2}{4}$
ج. $xy = 0$ د. $z^2 = x^2 + y^2$
ج. $(x, y \geq 0)$

۱۲. کدامیک قطعه مختصاتی مونث برای رویه $z = x^2 - y^2$ است.

- الف. $x(u, v) = (u + v, u - v, 4uv)$ ب. $x(u, v) = (u - v, u + v, -4uv)$
ج. $x(u, v) = (u, v, u^2 - v^2)$ د. $x(u, v) = (u^2, v^2, u^2 - v^2)$

۱۳. اگر $M: x(u, v)$ یک رویه دورانی باشد بطوریکه $x_u \times x_v = (1, -1, 2)$ آنگاه مقدار حاصلضرب دو تابع پیچش G, E کدام است؟

- الف. ۰ ب. ۱ ج. -۲ د. ۶

۱۴. عملگر شکلی رویه ای به صورت $S(u) = -u$ است که u بردار مماس یکه می باشد. انحناء قائم آن کدام است؟

- الف. -۱ ب. $-u^2$ ج. ۰ د. u

۱۵. کدام رویه دارای نقطه هامنی است؟

- الف. کره ب. چنبره ج. زین میمون د. استوانه

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضوعی
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۱۰۴۹
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از: —

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. فرض کنید p یک نقطه غیرنافی از $M \subset E^3$ باشد کدام گزینه درست است؟

الف. M در حول نقطه p ، بخشی از یک استوانه است.

ب. M در حول نقطه p ، بخشی از یک کره است و $K > 0$

ج. در یک همسایگی p ، خمیدگی گاوسی M ثابت و مثبت است.

د. یک میدان سه وجهی اصلی روی یک همسایگی p در M وجود دارد.

۱۷. اگر K انحناء گاوس رویه‌ای می‌نیمال باشد آنگاه:

الف. $K \leq 0$ ب. $K \geq 0$ ج. $K = 0$ د. $K = H$

۱۸. اگر p نقطه نافی رویه M باشد آنگاه کدام گزاره درست است؟

الف. فقط دو امتداد اصلی در p ، وجود دارد.

ب. عملگر شکلی اولیه در p ، ثابت است.

ج. انحناءهای اصلی در p ، متمایزند.

د. خمیدگی قائم همواره در p ، ثابت است.

۱۹. خمهای ژئودزیک کره به شعاع r کدام‌اند؟

الف. خطوط راست ب. دوایری به شعاع r و متحدالمرکز با کره

ج. دوایر موازی با دایره استوای کره د. فقط دایره استوای کره

۲۰. کدام گزاره درست است؟

الف. خمهای اصلی یک رویه همواره آن امتدادهایی را می‌پیمایند که خمیدگی رویه در آنها مقدار می‌نیموم را اختیار می‌کند.

ب. کره، فاقد خم اصلی است.

ج. از هر نقطه غیر نافی یک رویه دقیقاً دو خم اصلی متقاطع می‌گذرد.

د. همه امتدادها در هر نقطه استوانه اصلی است.

نام درس: هندسه دیفرانسیل موضعی	تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (کاربردی - محض) ۱۱۱۱۰۴۹	زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
---	آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)	استفاده از: ---
	مجاز است.

سؤالات تشریحی (بارم هر سوال ۲ نمره)

۱. اگر $M : g = c$ رویه‌ای در E^3 باشد آنگاه ثابت کنید میدان برداری گرادیان (∇g) یک میدان برداری قائم روی تمام رویه M است.
۲. مفاهیم زیر را تعریف کنید:
 - الف. نگاشت رویه‌ها
 - ب. نگاشت مشتق یک نگاشت رویه‌ها
 - ج. نگاشت منظم
 - د. دیفیئومورفیزم
۳. عملگر شکلی کره به شعاع r را بدست آورید.
۴. ثابت کنید اگر عملگر شکلی یک رویه متحداً صفر باشد، آنگاه رویه (بخشی از) یک صفحه در E^3 است.
۵. انحنا متوسط رویه زیر را بدست آورید.

$$x(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$$