

## مقایسه کارایی مدل‌های کلاسیک و پویای بیزی در کاربردی از مدل‌های خطی پویای سری زمانی بیزی

محمدرضا مشکانی\*

علی فخاری\*\*

تاریخ دریافت: ۸۳/۷/۱۲ تاریخ پذیرش: ۸۴/۴/۱۴

### چکیده

پویایی و تغییرات پدیده‌ها نسبت به زمان، سرشت ذاتی پدیده‌های اقتصادی است. در اقتصادسنجی پدیده‌های اقتصادی، نادیده گرفتن ویژگی پویایی آنها منجر به ساده‌سازی بیش از حد پدیده‌ها می‌شود و مدل‌هایی که بر این مبنا به دست می‌آیند اغلب واقع گرایانه نبوده، موجب تفسیرهای نادرست از آن پدیده‌ها می‌شوند.

کاربست رگرسیون برای بررسی روابط بین متغیرهای اقتصادی، عملی بسیار متداول است. در چنین کاربردهایی اغلب روابط بین متغیرها، ایستا در نظر گرفته می‌شوند و از تحول این روابط در طی زمان که باعث تغییر در ضرایب معادلات می‌شوند غفلت می‌شود. در این مقاله ضمن معرفی مدل‌های خطی پویا (DLM) کاربردی از این مدل‌ها را در مورد سری زمانی "متوسط هفتگی قیمت دلار" از دیدگاه بیزی ارائه می‌کنیم. هدف، بیان روش پویا برای مدل‌سازی فرایندهای اقتصادی است تا از این رهیافت، سری متوسط هفتگی قیمت دلار را مدل‌سازی و سپس قیمت دلار را به کمک این مدل‌ها پیش‌بینی کنیم. روش‌های مختلف دیگری مانند: سری‌های زمانی ARIMA و شبکه‌های عصبی برای مدل‌سازی مطرح هستند.

نرخ ارز یک متغیر کلیدی و مهم اقتصادی در سیاست‌گذاری‌ها قلمداد می‌شود، تا جایی که گروهی از کارشناسان به خصوص در کشورهای در حال توسعه، از این متغیر به عنوان لنگر اسمی یاد می‌کنند، به همین دلیل تعیین نرخ ارز بسیار مورد توجه اقتصاددانان است.

طبقه‌بندی JEL: F31, C22.

**کلیدواژه:** پیشگویی، دلار، رگرسیون، روش بیزی، سری زمانی، مداخله، مدل خطی پویا، مدل‌سازی.

\* استاد آمار دانشگاه شهید بهشتی.

\*\* کارشناس ارشد آمار اقتصادی و اجتماعی.

## ۱- مقدمه

علم اقتصاد یکی از علومی است که بسیار زنده و پویاست. در این علم، مدام ایده‌های جدیدی برای توضیح، توصیف، و تفسیر پدیده‌های اقتصادی پدیدار می‌شوند و نظریه‌های موجود را تعمیم داده یا اصلاح می‌کنند. این تغییرات اصلاح گرایانه ناشی از بررسی منطقی شواهد تجربی و تطبیق آنها با پیشگویی‌های حاصل از مدل‌ها و نظریه‌های موجود است. در این فرایند، اصلاح مدل‌های آماری نقش عمده‌ای بر عهده دارند. از مدل‌های آماری بسیار متداول در اقتصاد، مدل‌های رگرسیونی سری‌های زمانی است که در آنها تحول پدیده‌ای در طی زمان بررسی می‌شود. شیوه رایج تا سال‌های اخیر استفاده از مدل‌های رگرسیونی ایستا بوده است که در آنها ضرایب معادله رگرسیونی وابسته به زمان نیستند و چنین فرض می‌شود که یک رابطه با ضرایب ثابت می‌تواند در زمان‌های مختلف کاربرد داشته باشد.<sup>۱</sup> نتایج نادرست ناشی از این فرض غیرواقع‌گرایانه موجب پدید آمدن مدل‌های پویا شد که در آنها ضرایب نیز در طی زمان تحول می‌یابند و به‌واقعیت جهان خارج شباهت بیشتری دارند.<sup>۲</sup>

ساختار مدل‌های خطی پویا بسیار شبیه به مدل‌های ایستاست، با این تفاوت که در این مدل‌ها شاخص‌های مدل ثابت در نظر گرفته نمی‌شوند و با گذشت زمان و دریافت هر داده جدید تأثیر آن بر شاخص‌ها اعمال می‌شود. در حقیقت شاخص‌های مدل در زمان  $t$  بر اساس اطلاعات موجود تا زمان  $t$  برآورد می‌شوند و به این ترتیب پویایی فرایند در نظر گرفته می‌شود. به دلیل این که این شاخص‌ها ثابت و حتمی نیستند برای این شاخص‌ها توزیع احتمال مشخصی را در نظر می‌گیرند.

واژه پویا برای بیان تغییراتی است که بر اثر گذشت زمان در مدل‌های اقتصادی پدید می‌آیند. در واقع دنباله‌ای از مدل‌ها را در نظر می‌گیریم که بتوانند مقادیر آینده شاخص‌ها را به شرط اطلاعات موجود و قابل دسترس در اختیار

1- Zellner , 1971.

2- West and Harrison 1997.

بگذارند. همچنین از یک رده بسیار شناخته شده این مدل‌ها استفاده می‌کنیم که کاربرد وسیعی دارند و آن رده مدل‌های خطی پویای نرمال است. با فرض آن که مبدأ زمانی  $t = 0$  زمان حال را نشان دهد، اطلاعات موجود و مورد نظر پیشگو تا این زمان (مجموعه اطلاعات آغازین) را با  $D_0$  نشان می‌دهیم. مجموعه فوق کلیه اطلاعات آغازین و موجود سری و تاریخ گذشته سری و همه مقادیر تعریف‌کننده مدل را در بر می‌گیرد. در این جا هدف اصلی محاسبه توزیع پیشگوی  $(Y_t | D_0)$  مقادیر آتی سری برای هر نقطه زمانی  $t > 0$  است. اگر مجموعه اطلاعات تا زمان  $t$ ، یعنی  $D_t$  در اختیار باشد، محاسبه توزیع پیشگوی  $(Y_s | D_t)$  برای زمان‌های  $s > t$  مد نظر است.

با گذشت زمان اطلاعات آغازین پیشگو بیشتر می‌شود و مجموعه اطلاعات  $D_t$  با گسترش پیدا می‌کند  $D_t = \{Y_t, D_{t-1}\}$  و به این ترتیب توزیع‌های دنباله‌ای شکل می‌گیرند. بنابراین پیشگویی تک‌گامی سری  $Y_t$  بر حسب مدل پارامتری  $P(Y_t | \theta_t, D_{t-1})$  میسر می‌شود که در آن  $\theta_t$  بردار شاخص‌ها در زمان  $t$  است که خود این بردار بر پایه اطلاعات موجود تا زمان  $t$ ، یعنی  $D_t$ ، روزآمد شده است. در حقیقت زیر نویس  $t$  در بردار شاخص‌ها  $\theta_t$  نشان‌گر پویایی شاخص‌ها نسبت به زمان است.

در اغلب مدل‌های آماری، فرض بر این است که مشاهدات مستقل از هم هستند و توزیع همانندی به صورت  $N[\mu, V]$  دارند. مثلاً، برای سری زمانی  $Y_t$  فرض می‌شود که  $(Y_t | D) \sim N[\mu, V]$  ولی اگر مشاهدات ناشی از فرایندی باشند که خود همواره در حال دگرگونی است و با گذشت زمان تغییرات در شاخص‌های آن (مثل میانگین و واریانس آن) طبیعی و گریز ناپذیر باشد، هر چند که این تغییرات بر حسب زمان آهسته و تدریجی باشند، مدل‌های ایستا دیگر کارایی مناسبی ندارند و باید از مدل‌های پویا (مانند:  $N[\mu_t, V_t]$ ) برای مدل‌سازی این فرایند استفاده کرد. و چون همه اطلاعات نامطمئن مربوط به کمیت‌های قابل مشاهده یا شاخص‌های غیرقابل مشاهده مدل را می‌توان به صورت احتمالی نمایش داد، طبیعی است که از روش بیزی برای مدل‌سازی این گونه فرایندها استفاده کنیم.

در این روش برای متغیرهای قابل مشاهده به شرط دانستن مقادیر شاخص‌ها، یک توزیع احتمال نسبت داده می‌شود و علاوه بر آن برای شاخص‌ها نیز به دلیل تغییرات آنها بر حسب زمان، توزیع احتمالی دیگری فرض می‌شود. در این مقاله ضمن توصیف مبانی آماری فرایند عملی مدل‌سازی به‌شیوه‌ای که در بالا بیان شد، کاربرد این شیوه را در مدل‌سازی تغییرات نرخ ارز در ایران و برتری آن را نسبت به روش کلاسیک نشان می‌دهیم. در بخش اول به معرفی مدل‌های خطی پویا (DLM)، مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه اول، دوم و سوم و مدل‌های ARMA به صورت DLM می‌پردازیم. در بخش دوم ضمن بیان روش مدل‌سازی سری متوسط هفتگی قیمت دلار در ایران به دو روش کلاسیک و پویا مدل شده و مقایسه می‌شوند. به این سری دو نوع مدل  $ARMA(1,1)$  و مدل پویای درجه دوم را برازانده، مراحل برازش مدل و نتایج پیشگویی‌های حاصل از آنها را توضیح می‌دهیم. در پایان با مقایسه دقت پیشگویی‌ها، برتری مدل‌های پویا را نشان می‌دهیم.

#### ۱-۱- مدل‌های خطی پویای نرمال

مدل خطی پویای نرمال کلی را برای بردار مشاهدات چند متغیره  $Y_t$  با بعد  $(r \times 1)$  با چهارگانه  $\{F_t, G_t, V_t, W_t\}$  نشان می‌دهیم که در آن برای هر زمان  $t$ ، ماتریس  $F_t$  معلوم با بعد  $(n \times r)$ ، ماتریس  $G_t$  معلوم با بعد  $(n \times n)$ ، بردار صفر  $o = [o, o, K, o]$  معلوم با بعد  $(n \times 1)$ ، ماتریس واریانس  $V_t$  معلوم با بعد  $(r \times r)$ ، و ماتریس واریانس  $W_t$  معلوم با بعد  $(n \times n)$  است. این چهارگانه، معرف مدلی است که  $Y_t$  را به بردار  $(n \times 1)$  بعدی شاخص  $\theta_t$  ربط می‌دهد و بر حسب زمان از طریق توزیع‌های دنباله‌ای زیر تعریف می‌شود<sup>۱</sup>:

$$(\theta_t | \theta_{t-1}) \sim N[G_t \theta_{t-1}, W_t] \quad , \quad (Y_t | \theta_t) \sim N[F_t' \theta_t, V_t] \quad (1)$$

توزیع‌های فوق مشروط به مجموعه اطلاعات  $D_{t-1}$  هستند نمایش دیگر روابط بالا عبارت است از:

1- West and Harrison, 1997.

$$(۲) \text{ معادله مشاهده: } Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N[0, V_t]$$

$$(۳) \text{ معادله تحول: } \theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N[0, W_t]$$

معادله مشاهده، مشاهدات را به وسیله رگرسیون خطی پویا و خطای نرمال چند متغیره‌ای با ساختار معلوم اما متغیر نسبت به زمان به  $\theta_t$  مرتبط می‌سازد. ماتریس  $F_t$  نقش ماتریس مشاهدات در رگرسیون را ایفا می‌کند و در بردارنده مقادیر معلوم از بردارهای مستقل است. بردار  $\theta_t$  بردار شاخص‌های رگرسیونی پویاست. نماد  $\mu_t = F_t' \theta_t$  تابع میانگین متغیر پاسخ در زمان  $t$  است که سطح سری را در زمان  $t$  نشان می‌دهد. در معادله مشاهده،  $v_t$  خطای مشاهدات در زمان  $t$  است.

معادله تحول، چگونگی تحول بردار شاخص سری را نسبت به زمان نشان می‌دهد. مؤلفه قطعی یا رازمند (سیستماتیک) این معادله تحول جمله  $G_t \theta_{t-1}$  است که از طریق "ماتریس انتقال تحول"  $G_t$  فراهم می‌شود. این معادله با افزودن جمله خطای تحول  $\omega_t$  که دارای واریانس  $W_t$  است،  $\theta_{t-1}$  را از زمان  $t-1$  به  $\theta_t$  در زمان  $t$  انتقال می‌دهد. در این مقاله برای "خطای مشاهداتی"  $v_t$  و برای "خطای تحول"  $\omega_t$  توزیع نرمال را در نظر می‌گیریم و فرض می‌شود برای همه مقادیر  $t$  و  $s$  که  $t \neq s$ ، متغیرهای  $v_t$  و  $v_s$  همچنین  $\omega_t$  و  $\omega_s$  و نیز  $v_t$  و  $\omega_s$  مستقل از هم هستند.

مدل‌های خطی پویا بسیار گسترده‌اند. در این جا تأکید ما بر مدل‌های خطی پویای سری زمانی است.<sup>۱</sup>

تعریف: مدلی که در آن  $F_t$  و  $G_t$  برای هر زمان  $t$  تصادفی نبوده و ثابت باشند، به آن مدل خطی پویای سری زمانی یا (TSDLM) می‌گویند.

تعریف: هر مدل خطی پویای سری زمانی (TSDLM) که در آن واریانس‌های مشاهداتی و تحول برای هر زمان  $t$  ثابت باشند "مدل خطی پویای ثابت" نامیده می‌شود. این مدل‌ها با توجه به بعد و ساختار بردار  $F$  و ماتریس  $G$  شکل‌های

1- Time Series Dynamic linear Model (TSDLM).

مختلفی به خود می گیرند.

مدل های چندجمله ای خطی پویا زیر مجموعه ای از مدل های خطی پویای سری زمانی (TSDLM) اند که در آنها بردار رگرسیونی  $F$  از بعد  $(n \times 1)$  و ماتریس  $G$  از بعد  $(n \times n)$  است و آنها به ازای، همه زمان ها ثابت اند، به علاوه ماتریس  $G$  تنها دارای مقادیر ویژه واحد است. مدل های چندجمله ای کاربرد وسیعی در رگرسیون، سری های زمانی و پیشگویی دارند. چنین مدل هایی در توصیف روندهایی از سری های زمانی که به صورت هموار در طول زمان تحول می یابند، سودمندند. در واقع مدل های خطی پویای مرتبه اول یا دوم به خودی خود یا در ترکیب با مؤلفه های فصلی، رگرسیون و سایر مؤلفه ها برای پیشگویی های کوتاه مدت رسا هستند. مدل های چندجمله ای مرتبه اول هر چند که کاملاً ساده اند، بیشتر از دیگر مدل های خطی پویا کاربرد دارند. از لحاظ اهمیت عملی مدل های پویای مرتبه دوم در درجه بعدی قرار دارند که در شرایط خاص به این مدل ها، مدل های رشد خطی گفته می شود. مدل های چندجمله ای مراتب بالاتر نیز استفاده می شوند. درجه مدل چندجمله ای بر مبنای تحول سیستم و افق پیشگویی مشخص می شود. در حقیقت هر چه سیستمی که بررسی می شود، دارای تحول بیشتر باشد یا افق پیشگویی طولانی تر باشد از مدل چندجمله ای با درجات بالاتر استفاده می کنیم.

هر مدل خطی پویا چندجمله ای مرتبه  $n$  دارای تابع پیشگویی زیر است:

$$f_t(K) = a_{t0} + a_{t1}K + \dots + a_{t,n-1}K^{n-1}, \quad K = 1, 2, \dots \quad (4)$$

که در این تابع  $n$  همان بعد بردار رگرسیونی  $F$  یا ماتریس  $G$  است و  $K$  تعداد گام های پیشگویی است.

#### ۱-۱-۱- مدل چندجمله ای مرتبه اول

ساده ترین و پرمصرف ترین مدل خطی پویا، مدل چندجمله ای مرتبه اول است. در این جا منظور از مرتبه چندجمله ای درجه آن به علاوه یک است. این مدل سری زمانی ساده معادله مشاهداتی و تحول زیر را دارا است،

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad v_t \sim N[0, V_t] \quad (5) \text{ معادله مشاهداتی:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N[0, W_t] \quad (6) \text{ معادله تحول:}$$

در این معادلات  $Y_t$  "سری مشاهدات"،  $\mu_t$  "سطح سری در زمان  $t$ "،  $v_t$  "خطای مشاهداتی"  $\mu_{t-1}$  "سطح سری در زمان  $t-1$  و  $\omega_t$  "خطای تحول" است. ویژگی مهم مدل بالا این است که اگر در زمان  $t$ ، تعداد  $K$  گام به‌سوی آینده پیش برویم، مقدار متوسط این سری‌ها در آن زمان به‌شرط دانستن سطح فعلی عبارت است از  $\mu_t = E[Y_{t+K} | \mu_t]$  یعنی متوسط سطح آتی سری نسبت به‌زمان حال، ثابت است.

$$f_t(K) = E[Y_{t+K} | D_t] = E[\mu_{t+K} | D_t] = \mu_t, \quad K=1,2,\dots \quad (7)$$

بنابراین از چنین مدلی فقط برای پیشگویی‌های کوتاه‌مدت به‌ویژه در مواردی که تغییرات نمونه‌گیری  $V_t$  در مقایسه با واریانس سطح  $W_t$  به‌مقدار قابل توجهی بزرگ باشد "به عبارت دیگر: تحول سیستم در طول زمان کم باشد و مشاهدات حول یک خط مستقیم پراکنده شده باشند" برای مدل‌بندی مشاهدات استفاده می‌کنیم. بنابراین مدل خطی پویا و روابط روزآمد کردن برای هر مدل چندجمله‌ای مرتبه اول در زمان  $t$  به‌صورت زیر به‌دست می‌آید<sup>۱</sup>:

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (8) \text{ معادله مشاهده:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \omega_t \quad (9) \text{ معادله تحول:}$$

$$(\mu_t | D^0) \sim N[m^0, c^0] \quad (10) \text{ اطلاعات آغازین:}$$

## ۲-۱-۱- مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم

یک مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه دوم در هر زمان  $t$ ، دارای تابع پیشگوی خط راست، به‌شکل زیر است:

$$(\mu_t | D^0) \sim N[m^0, c^0], \quad K=1, 2, \dots \quad (11)$$

در این حالت  $n=2$  و بردار شاخص عبارتست از  $\theta_t = [\mu_t, \beta_t]' = [\theta_{t1}, \theta_{t2}]'$ . بنابراین:

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \omega_{t1}, \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \omega_{t2} \quad (12)$$

$$(\theta_{t-1} | D_{t-1}) \sim N[m_{t-1}, C_{t-1}] \quad (13)$$

که در آن  $\mu_t$  سطح سری در زمان  $t$  است و اکنون  $\beta_t$  افزایش رشد در سطح سری را در بازه زمانی  $(t-1, t)$  نشان می‌دهد. بنابراین تابع پیشگویی به صورت  $f_t(K) = m_t + Kb_t$  خواهد بود.

### ۳-۱-۱- معادلات روزآمدکننده

برای فراهم کردن صورت صریح معادلات روزآمد کننده مربوط به این مدل به شکل برداری و ماتریسی، ماتریس واریانس تحول را به صورت زیر افراز می‌کنیم.

$$W_t = \begin{bmatrix} W_{t1} & W_{t3} \\ W_{t3} & W_{t2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

بنابراین تحلیل دنباله‌ای دارای اجزای زیر است:

۱- توزیع پیشین: بردار  $(\theta_t | D_{t-1})$  با توزیع  $N[a_t, R_t]$  که در آن:

$$R_t = \begin{bmatrix} R_{t1} & R_{t3} \\ R_{t3} & R_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{t-1,1} + 2C_{t-1,3} + C_{t-1,2} + W_{t1} & C_{t-1,2} + C_{t-1,3} + W_{t3} \\ C_{t-1,2} + C_{t-1,3} + W_{t3} & C_{t-1,2} + W_{t2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$a_t = \begin{bmatrix} m_{t-1} + b_{t-1} \\ b_{t-1} \end{bmatrix}, \quad C_{t-1} = \begin{bmatrix} C_{t-1,1} & C_{t-1,3} \\ C_{t-1,3} & C_{t-1,2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

۲- توزیع پیشگویی تک گامی  $(Y_t | D_{t-1}) \sim N[f_t, Q_t]$  که در آن:

$$f_t = f_{t-1}(1) = m_{t-1} + b_{t-1}, \quad Q_t = R_{t1} + V_t \quad (17)$$

۳- اگر بردار سازوار را به صورت زیر تعریف کنیم روابط دیگری را نیز می‌توانیم

نتیجه بگیریم:

$$A_t = \begin{bmatrix} A_{t1} \\ A_{t2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_{t1}}{Q_t} \\ \frac{R_{t2}}{Q_t} \end{bmatrix} \quad (18)$$

۴- اگر خطای پیشگویی  $e_t = Y_t - f_t$  در نظر گرفته شود، توزیع پیشین در زمان

$t$  عبارت خواهد بود از:



$$(\theta_t | D_t) \sim N \left[ \begin{pmatrix} m_t \\ b_t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} C_{t1} & C_{t3} \\ C_{t3} & C_{t2} \end{pmatrix} \right] \quad (19)$$

که در آن:

$$m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + A_{t1} e_t \quad (20)$$

$$b_t = b_{t-1} + A_{t2} e_t \quad (21)$$

$$C_{t1} = A_{t1} V_t \quad (22)$$

$$C_{t2} = R_{t3} - A_{t2} R_{t3} \quad (23)$$

$$C_{t3} = A_{t2} V_t \quad (24)$$

۵- معادلات روزآمدکننده به‌جنبه‌ای دیگر از نمایش سری مشاهدات بر حسب مشاهدات گذشته و خطاهای پیشگویی منتهی می‌شود:

$$Y_t = m_{t-1} + b_{t-1} + e_t \quad (25)$$

$$m_t = m_{t-1} + b_{t-1} + A_{t1} e_t \quad (26)$$

$$b_t = b_{t-1} + A_{t2} e_t \quad (27)$$

همچنین معادله تفاضلی زیر را می‌توان نتیجه گرفت:

$$Y_t - 2 Y_{t-1} + Y_{t-2} = e_t - \psi_{t1} e_{t-1} + \psi_{t2} e_{t-2} \quad (28)$$

$$\psi_{t1} = 2 - A_{t-1, 1} - A_{t-1, 2} \quad (29)$$

$$\psi_{t2} = 1 - A_{t-2, 1} \quad (30)$$

با این نمایش می‌توان این روش بیزی را با روش‌های دیگر پیشگویی مقایسه کرد.

مشخص کردن ساختار و بزرگی مناسب  $W_t$  برای انجام عملی موفق قطعاً کار مشکلی است که باید توسط مدل‌ساز انجام گیرد. آمین و هاریسون<sup>۱</sup> رهیافت استفاده از شاخص‌های تخفیف را پیشنهاد کردند. عوامل تخفیف  $\delta_{it}$  با قید  $0 < \delta_{it} < 1$  عاملی در اختیار مدل‌ساز است که با تغییر دادن آن می‌تواند برآزش مدل خود را بهینه کند. در حقیقت با کاهش  $\delta_{it}$ ، پویایی مدل را افزایش می‌دهد و

1- Ameen and Harrison, 1989.

به مدل اجازه می‌دهد که انعطاف پذیری بیشتری از خود نشان دهد و بهتر به داده‌ها برازش یابد. کاهش  $\delta_{it}$  باعث افزایش عدم حتمیت مدل می‌شود. بنابراین  $\delta_{it}$  به اندازه‌ای کاهش داده می‌شود که نظر مدل‌ساز را از جنبه‌های مختلف تأمین کند و به مدلی دست یابد که دارای مانده‌های نرمال با واریانس ثابت، عدم خودهمبستگی بین مانده‌ها و حداقل واریانس باشد.

در یک مدل خطی پویای مؤلفه‌ای، می‌توان برای هر مؤلفه، یک ضریب تخفیف در نظر گرفت. برای مثال مدل خطی پویای شامل  $h \geq 1$  مدل ساده‌تر، مدل  $n_i$ ،  $M_i = \{F_{it}, G_{it}, V_{it}, W_{it}\}$  با بردار شاخص  $\theta_{it}$  و خطای تحول  $W_{it}$  با بعد  $n_i$  ( $i=1,2,\dots,h$ ) را در نظر بگیرید. این مدل با چهارگانه  $\{F_t, G_t, V_t, W_t\}$  و بردار شاخص‌های  $\theta_t = (\theta_{1t}, \dots, \theta_{ht})'$  با بعد  $n = n_1 + \dots + n_h$  و بردار رگرسیونی  $F_t = (F_{1t}, \dots, F_{ht})'$  و ماتریس سیستم قطری بلوکی  $G_t = \text{blockdiag}(G_{1t}, \dots, G_{ht})$  و ماتریس تحول قطری بلوکی  $W_t = \text{blockdiag}(W_{1t}, \dots, W_{ht})$  مشخص می‌شود. فرض کنید  $\delta_1, \dots, \delta_h$  تعداد  $h$  ضریب تخفیف  $0 < \delta_i < 1$ ، ( $i=1,2,\dots,h$ ) باشد که هریک از آنها مربوط به یکی از مدل‌های مؤلفه‌ای  $M_i$  است.

در مدل چندجمله‌ای از این فنّ ضریب تخفیف استفاده می‌کنیم. اگر برای دو مؤلفه از بردار پارمترها یعنی  $\mu_t$  و  $\beta_t$  ضریب‌های تخفیف یکسان  $\delta$  را در نظر بگیریم، مدل‌های تک تخفیف و اگر برای  $\mu_t$  و  $\beta_t$  به ترتیب ضریب‌های تخفیف  $\delta_1$  و  $\delta_2$  را در نظر بگیریم مدل‌های دو تخفیفی به دست می‌آیند.

نوع دیگری از مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم مدل رشد خطی است که به هر مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه دوم، معادل با مدل خطی پویای زیر گفته می‌شود:

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, V, \begin{pmatrix} W_{t1} + W_{t2} & W_{t3} \\ W_{t3} & W_{t2} \end{pmatrix} \right\} \quad (31)$$

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (32) \text{ معادله مشاهده:}$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta \mu_t, \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \delta \beta_t \quad (33) \text{ معادله سیستم:}$$

## ۴-۱-۱- مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه سوم

بنا به تعریف، مدل خطی پویای چندجمله‌ای مرتبه سوم، هر مدل خطی پویای سری زمانی است که در زمان  $t$  دارای تابع پیشگویی مرتبه دوم به شکل زیر باشد

$$f_t(K) = a_{t^0} + a_{t1}K + a_{t2}K^2, \quad K = 1, 2, \dots \quad (34)$$

$$\theta_t = [\theta_{t1}, \theta_{t2}, \theta_{t3}]' = [\mu_t, \beta_t, \delta_t]' \quad \text{و} \quad n=3 \quad \text{در این حالت}$$

نوع بسیار مهم از مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه سوم، مدل‌های رشد درجه دوم است. مدل خطی پویای رشد درجه دوم، هر مدل معادل با یک مدل خطی پویای  $\{E_3, L_3, V_t, W_t\}$  است که در آن:

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$W_t = L_3 \text{diag}(W_{t1}, W_{t2}, W_{t3}) L_3' \quad (36)$$

صورت دیگر نمایش این مدل عبارت است از:

$$Y_t = \mu_t + v_t, \quad \mu_t = \mu_{t-1} + \beta_t + \delta \mu_t \quad (37) \quad \text{معادله مشاهده:}$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \gamma_t + \delta \beta_t, \quad \gamma_t = \gamma_{t-1} + \delta \gamma_t \quad (38) \quad \text{معادله سیستم:}$$

رابطه زیر را به قصد مقایسه این روش با روش‌های دیگر پیشگویی، از روابط بالا می‌توان نتیجه گرفت:

$$(1-B)^3 Y_t = Y_t - 3Y_{t-1} + 3Y_{t-2} - Y_{t-3} = e_t - \psi_{t1}e_{t-1} + \psi_{t2}e_{t-2} - \psi_{t3}e_{t-3} \quad (39)$$

$$\psi_{t1} = 3 - A_{t-1,1} - A_{t-1,2}$$

$$\psi_{t2} = 3 - 2A_{t-2,1} - A_{t-2,2} + A_{t-2,3}$$

$$\psi_{t3} = 1 - A_{t-3,1}$$

## ۲-۱- نمایش مدل‌های خود همبسته میانگین متحرک (ARMA) به صورت مدل‌های پویا (DLM)

همه مدل‌های ARMA را می‌توان به راه‌های مختلف به صورت DLM نوشت. در زیر این نمایش‌های معادل را برای حالت کلی  $ARMA(p, q)$  شرح می‌دهیم. توجه داشته باشید که مدل‌های  $AR(p)$  و  $MA(q)$  حالت‌های خاص  $ARMA(p, q)$  اند که به ترتیب با قرار دادن  $q = 0$  و  $p = 0$  به دست می‌آیند. بنابراین از توضیح آنها

خودداری می‌کنیم.

برای مدل ARMA معمولی با  $\mu = 0$  داریم:

$$X_t = \sum_{r=1}^p \Phi_r X_{t-r} + \sum_{r=1}^q \Psi_r \varepsilon_{t-r} + \varepsilon_t \quad (40)$$

تعریف می‌کنیم  $n = \max(p, q+1)$  و ضریب‌های ARMA را به‌ازای  $r > q$  به‌صورت  $\Phi_r = 0$  و همچنین به‌ازای  $r > q$  به  $\Psi_r = 0$  تعمیم می‌دهیم. بردار  $n$  بعدی  $\theta_t$  را که اولین عضو اش مشاهده فعلی  $X_t$  و  $E = E_p = (1, 0, 0, \dots, 0)'$  تعریف می‌کنیم. همچنین:

$$G = \begin{bmatrix} \phi_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \phi_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ M & M & MO & M \\ \phi_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ \phi_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \omega_t = (1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})' \varepsilon_t \quad (41)$$

تعریف می‌کنیم، حال می‌توان تحقیق کرد که مدل ARMA را می‌توان به‌صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\theta_t = G \theta_{t-1} + \omega_t, \quad X_t = E' \theta_t \quad (42)$$

بنابراین به‌شرط شاخص‌های تعریف‌کننده و همچنین به‌شرط  $D_{t-1}$ ، فرایند ARMA دارای صورت DLM با بعد  $n$  و بدون نوفه مشاهداتی است. نوفه تحوّل دارای ساختار ویژه است که ماتریس واریانس تحوّل زیر را نتیجه می‌دهد:

$$U = U(1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1})'(1, \psi_1, \dots, \psi_{n-1}) \quad (43)$$

با فرض معلوم بودن یک توزیع پیشین آغازی برای  $\theta_0$ ، تحلیل استاندارد به‌شرط آن که مقادیر تعریف‌کننده  $\Phi_r$  و  $\Psi_r$  مشخص شوند کاربرد دارد. دقت کنید که مدل یک مدل TSDLM است بنابراین تابع پیش‌بینی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$f_t(K) = E[X_{t+k} | D_t] = E' G^k m_t \quad (44)$$

که در آن  $m_t = E[\theta_t | D_t]$

مثال: در مدل  $AR(1)$ ،  $p=1$  و  $q=0$  به‌طوری که  $n=1$  و  $G = \Phi_1$  و سپس  $X_t = \Phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t$  به‌دست می‌آید. برای پیشگویی مقادیر آینده، معادله  $m_t = X_t$  که در آن  $f_t(K) = \Phi_1^k m_t$  به‌دست می‌آید که در آن جا

مثال: در حالت  $MA(1)$ ،  $p=0$  و  $q=1$  به‌طوری که  $n=2$  در این جا

$$G = J_2(o) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

که مدل مؤلفه‌ای  $\{E_2, J_2(o), \dots\}$  را نتیجه می‌دهد. با قرار دادن  $\theta_t = (X_t, \varepsilon_t)$  معادله تحول روابط  $X_t = \theta_{t-1} + \varepsilon_t$  و  $\theta_t = \psi_1 \varepsilon_t$  را به‌دست می‌دهد. نمایش  $MA(1)$  استاندارد یعنی  $X_t = \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1}$  از جایگذاری نتیجه می‌شود. در این جا به‌ازای  $k > 0$ ،  $G^k > 0$ ،  $k > 1$  به‌طوری که با  $m_t = (X_t, \varepsilon_t)$  تابع پیشگویی با رابطه  $f_t(K) = 0$ ،  $f_t(1) = f_{t+1} = m_t$  به‌ازای  $k \geq 1$  به‌دست می‌آید.

#### ۱-۲-۱- مؤلفه‌های ARMA در DLM

برای آن که مثال خاصی را در نظر بگیریم، یک سری  $Y_t$  را در نظر بگیرید که از روند چندجمله‌ای زیر ساختی  $\mu_t$  تبعیت کرده و فرایند همبسته  $X_t \sim AR(p)$  به‌آن اضافه شده است و در بافتار خطاهای مشاهداتی به‌صورت جمعی است آنگاه می‌توان نوشت:

$$Y_t = \mu_t + X_t + v_t \quad (45)$$

که در آن هم  $\mu_t$  و هم  $X_t$  دارای نمایش‌هایی بر حسب مدل‌های خطی مؤلفه‌ای خاص‌اند. مثلاً، فرض کنید  $\mu_t$  یک روند چندجمله‌ای مرتبه اول است. در زمان  $t$ ، خطای تحول در روند را با  $\omega_t$  نشان دهیم، و فرض کنیم که  $\omega_t \sim N[0, W]$ .

اگر نمایش  $AR(p)$  را برای فرایند  $X_t$  بپذیریم، آنگاه داریم:

$$Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad \theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t \quad (46)$$

که در آن  $\theta_t = (\mu_t, X_t, \dots, X_{t-p+1})'$  یک بردار وضعیت  $(p+1) \times 1$  عضوی در زمان  $t$  است و  $F = (1, 1, 0, \dots, 0)$ ، و

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_p \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ M & M & MO & M \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

و خطای تحوّل  $W_t$  دو عنصر مقدم دارد که متناظر با نموّ روند و عامل نوسازی فرایند AR در زمان  $t$  هستند و بقیه عناصر آن صفرند و به این ترتیب ماتریس تکین زیر را دارا است:

$$W = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & U & 0 & \dots & 0 \\ M & M & MO & M \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

### ۳-۱- مدل های خطی پویای خود همبسته زمان متغیر

مدل پایه ای AR را طوری گسترش می دهیم که ضرایب AR آن از یک فرایند قدم زدن تصادفی در طی زمان پیروی کند؛ بنابراین:

$$\Phi_t = \Phi_{t-1} + \omega_t, \quad X_t = F_t' \Phi_t + \varepsilon_t \quad (49)$$

که در آن:

$\omega_t \sim N[0, W_t]$  و  $\Phi_t = \theta_t - (\Phi_{t,1}, \dots, \Phi_{t,p})'$ ،  $F_t = (X_{t-1}, \dots, X_{t-p})'$  و  $W_t$  ها مشخص اند و با این فرض که مقادیر آغازین  $F_1$  عناصر معلوم از  $D_0$  هستند.

این مدل را می توان به طور معادل به صورت ARDLM نوشت که اکنون دارای

ماتریس تحوّل زمان متغیر است. پس  $E = (1, 0, 0, \dots, 0)'$  و

$$G_t = \begin{bmatrix} \phi_{t,1} & \phi_{t,2} & \phi_{t,3} & \dots & \phi_{t,p-1} & \phi_{t,p} \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ M & M & M & O & M & M \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

داریم  $X_t = E F_t' + (\varepsilon_t, 0, \dots, 0)'$  و  $F_t = G_t F_{t-1}$

## ۲- مدل‌سازی سری متوسط هفتگی قیمت دلار

### ۲-۱- مقدمه

در مدل‌سازی کلاسیک ARMA<sup>۱</sup>، تلاش برای رسیدن به یک سری تبدیل یافته از  $Y_t$  به صورت  $X_t$  است که این سری جدید به‌طور تقریبی، دارای میانگین صفر بوده و مانا باشد. افزون بر آن، با به‌کار بردن تبدیلات غیرخطی روی داده‌ها، ناهمگنی واریانس را تصحیح می‌کنند.

برای رسیدن به سری مانا از تبدیلات تفاضل‌گیری استفاده می‌شود. تفاضل مرتبه اول  $Y_t$  صرفاً به صورت  $Y_t = Y_t - Y_{t-1}$  و تفاضل مرتبه  $K$  به صورت  $Y_t = (1-B)^K Y_t$  تعریف می‌شود که در آنها عملگر پس‌برنده  $B$  چنین تعریف می‌شود  $BY_t = Y_{t-1}$ . اگر سری فصلی باشد ابتدا تفاضل‌گیری فصلی انجام داده و بعد از آن تفاضل‌گیری ساده برای نیل به مانایی سری انجام خواهد شد، ترکیب این دو تبدیل به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$X_t = (1-B)^k (1-B^s)^s Y_t \quad (۵۱)$$

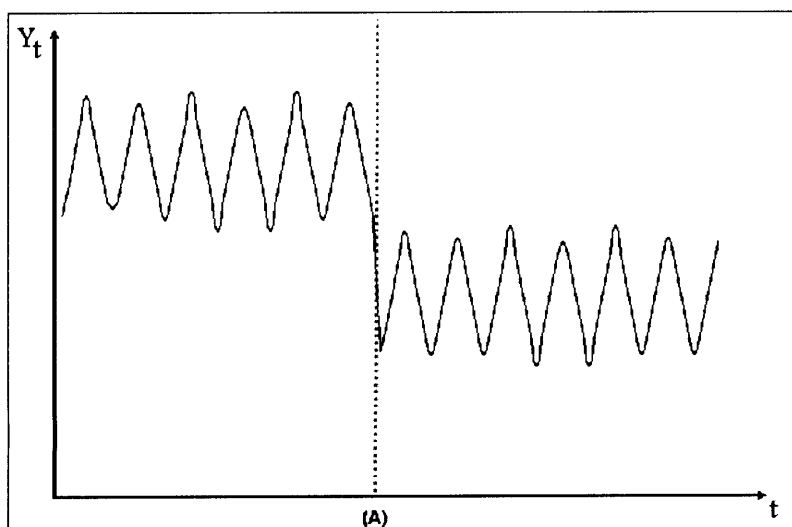
پس از آن که به‌طور تقریبی به مدلی با مشخصات ذکر شده در بالا دست یافتیم، ساختار خودهمبستگی سری  $X_t$  را می‌توان در چارچوب ARMA مدل‌سازی کرد.

در مقایسه با ARMA، رویکرد مدل‌های خطی پویا گرایش به آن دارد که سری زمانی اصلی  $Y_t$  را مدل‌بندی کند. این کار با نمایش  $Y_t$  بر حسب مؤلفه‌های روند، رگرسیون، فصلی و مانده‌ها صورت می‌گیرد، بدون این که از این گونه تبدیلات بهره گیرد. در بافتار سری‌هایی که اغلب به‌شدت در طی زمان نامانا هستند، به‌کارگیری تبدیلات تفاضل‌گیری می‌تواند تفسیر مدل را مغشوش ساخته و مؤلفه‌ها را با هم آمیخته و نوفه را به‌بهای تعبیرهای قابل فهم، برجسته‌تر نشان دهد. به‌ویژه وقتی با اثرات رگرسیونی سر و کار داریم، تفاضل‌گیری باعث تبدیل متغیرهای مستقل مدل نیز می‌شود و ماهیت روابط رگرسیونی را مبهم خواهد کرد. این ابهام

1- Box and Jenkins, 1976.

با ظهور شاخص‌های زمان متغیر که در عملکرد پیشگویی کوتاه‌مدت بسیار اساسی‌اند، تشدید می‌شود، علاوه بر این، وقوع تغییرات ناگهانی در ساختار سری‌های زمانی را که بیان‌گر نامانایی ویژه‌ای است و با تفاضل‌گیری یا دیگر تبدیلات داده‌ها، نمی‌توان از بین برد، با «مدل‌های خطی پویا» می‌توان مستقیماً مدل‌بندی کرد. همچنین استفاده از مدل‌های سری‌های زمانی مانا به‌عنوان مؤلفه‌های یک DLM کلی، به‌هنگام مدل‌سازی یک سری زمانی که مؤلفه‌های روند، فصلی یا جملات رگرسیون نتوانسته‌اند آن را توصیف کنند، بسیار مورد توجه است.

در شکل ۱ نمایش یک سری زمانی خاص رسم شده است. مدلی که برای مؤلفه روند این سری پیشنهاد می‌شود، مدل چندجمله‌ای مرتبه اول است، همان‌طور که ملاحظه می‌شود میانگین این سری به‌جز در نقطه  $A$  که سطح میانگین افت کرده است، پیرامون مقداری ثابت نوسان می‌کند که با مداخله کردن (مداخله پله‌ای) در نقطه  $A$  و برازش مدل چندجمله‌ای مرتبه اول به‌همراه مؤلفه فصلی، به‌خوبی می‌توان این سری را مدل‌سازی کرد.

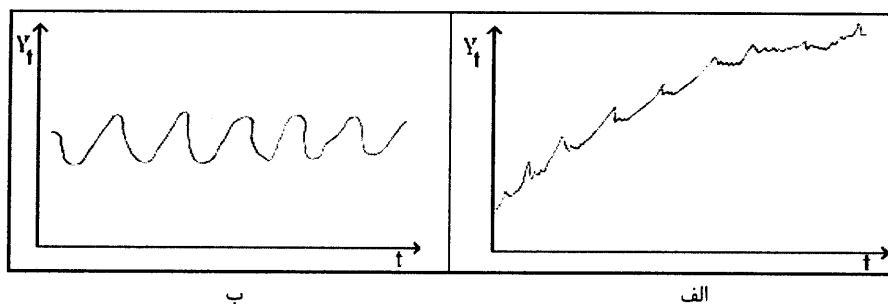


نمودار ۱ - نمایش یک سری زمانی نوسانی با افت سطح سری در نقطه (A)



در نمودار (الف) از شکل ۲، نمایش یک سری زمانی دیگر را می‌توان دید که دارای مشخصات بارزی است. مدلی که برای مؤلفه روند این سری پیشنهاد می‌شود مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم است. همان طور که می‌بینیم میانگین آن پیرامون مقدار مشخصی نوسان نمی‌کند، بلکه دارای رشد است. به همین دلیل مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم برای مدل‌بندی تغییرات روند این سری پیشنهاد می‌شود.

در نمودار (ب) از شکل ۲، نمایش سری زمانی دیگری را می‌توان دید که طبیعت نوسانی دارد. مدلی که برای این سری پیشنهاد می‌شود مدل چندجمله‌ای مرتبه اول، به همراه عامل فصلی است. مدل چندجمله‌ای مرتبه اول، برای مدل‌بندی تغییرات روند است و مؤلفه فصلی برای مدل‌بندی تغییرات فصلی در نظر گرفته می‌شود. برای برآزش مدل می‌توان برای دو مؤلفه روند و فصلی ضریب‌های تخفیف مختلف انتخاب کرد. حتی می‌توان برای فصل‌های مختلف از مؤلفه فصلی با ضریب‌های تخفیف متفاوت استفاده کرد.



نمودار ۲- الف) نمودار یک سری زمانی رشد خطی (ب) نمودار یک سری زمانی با مشخصه نوسانی

## ۲-۲- مدل‌سازی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازار ایران

یکی از عوامل تأثیرگذار بر روی ارزش پول ملی، نرخ ارزهای خارجی است. به دلیل این که کشور ما بیشتر واردکننده کالا است تا صادرکننده، در دوره‌های زمانی مختلف از تاریخ ایران، ارزهای خارجی مختلف، ارز غالب در روابط خارجی

بوده‌اند. در حقیقت هر کشوری که بیشترین صادرات را به کشور ما داشته است، پول آن به‌عنوان ارز غالب در نظر گرفته شده است. تا قبل از حرکت ملی کردن نفت، لیره انگلیس و از آن هنگام به‌بعد با افزایش اهمیت نسبی ایالات متحده آمریکا، دلار آمریکا، ارز غالب در روابط خارجی کشور بوده‌اند.

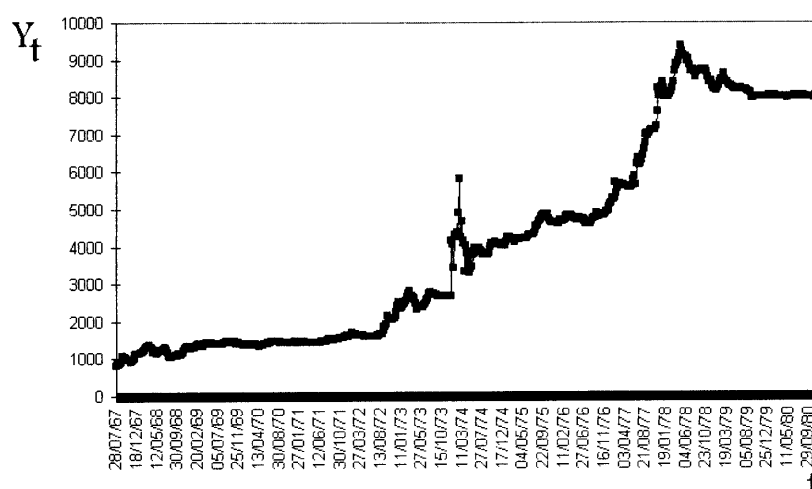
نرخ ارز یک متغیر کلیدی و مهم اقتصادی در سیاست‌گذاری‌ها قلمداد می‌شود، تا جایی که گروهی از کارشناسان به‌خصوص در کشورهای در حال توسعه، از این متغیر به‌عنوان لنگر اسمی یاد می‌کنند، به همین دلیل، تعیین نرخ ارز بسیار مورد توجه اقتصاددانان است.

میزان اثرگذاری نرخ دلار بر اقتصاد ایران به‌سیستم‌های ارزی وابسته است. با پژوهشی که روی سیاست‌های ارزی ایران در گذشته صورت گرفته نشان قابل توجهی از وجود یک سیستم ارزی قابل شناسایی نمی‌توان یافت. به‌بیان بهتر تغییر متواتر نظام ارزی به‌جای استفاده از سیاست‌های ارزی، پولی، مالی و سایر سیاست‌های تثبیت شده، آثار زیانبار بسیاری بر اقتصاد کشور داشته است.

در سال ۱۳۷۲ دولت، اقدام به یکسان‌سازی نرخ ارز کرده بود، اما این سیاست هرچند سیاست درستی بود، ظاهراً شکست خورد. این سیاست برای یک دوره کوتاه‌مدت برای کاهش مابه‌التفاوت نرخ ارز رسمی و بازار سیاه و افزایش صادرات غیرنفتی موفق بود. با این وجود، این موفقیت از اواسط سال ۱۳۷۲ به‌مخاطره افتاد، زمانی که نرخ ارز رسمی در بازار سیاه به‌طور روز افزونی شروع به کاهش کرد، و از نرخ ارز رسمی به‌اصطلاح یکسان شده، فاصله گرفت. درست در همان زمان، نرخ تورم در اقتصاد افزایش یافت، به‌طوری که کاهش ارزش واقعی که برای تشویق صادرات غیرنفتی مورد نیاز بود، از میان رفت. از آن پس تا فروردین ۱۳۸۱ یک سیستم ارز چندگانه، جایگزین نرخ ارز واحد شد. برای دومین بار در فروردین ماه سال ۱۳۸۱ دولت ایران تمام نرخ‌های ارز رسمی را یکسان کرد و نرخ ارز جدیدی که به‌نرخ ارز بازار سیاه بسیار نزدیک بود، جایگزین کرد. دومین سیاست یکسان‌سازی نرخ ارز، با سیاست‌های دیگر اقتصاد کلان و با وضعیت ذخیره ارزی بانک مرکزی ایران، تا حدود زیادی سازگارتر و هماهنگ‌تر به‌نظر

می‌رسد. از اهداف اصلی دولت در سیاست یکسان‌سازی نرخ ارز در سال ۱۳۷۲ و ۱۳۸۱ می‌توان: کاهش هزینه‌های اداری نظام ارزی چندگانه، اتکای بیشتر به نرخ ارز تعیین شده در بازار و افزایش صادرات غیرنفتی را ذکر کرد. آنچه گفته شد برای نشان دادن اهمیت نرخ ارز در اتخاذ سیاست‌های مناسب حکومتی و اقتصادی است.

در نظام ارزی کشور، خواه نظامی با نرخ شناور یا نظامی با نرخ تثبیت شده تک‌نرخ باشد، مهم‌ترین مسأله قیمتی است که برای دلار تعیین می‌شود. این قیمت تصمیمات بخش عظیمی از عاملان اقتصادی را به‌نحو گسترده‌ای متأثر می‌کند. در این مقاله هدف تحلیل اقتصادی قیمت ارز نیست، این موضوع خارج از حوصله این مقاله و نویسندگان آن است. بلکه می‌خواهیم توانایی مدل‌های خطی پویا را در برازش مدل نشان دهیم. از آنجایی که با بررسی تغییرات قیمت دلار در گذشته به‌خوبی می‌توان دید که تغییر و تحول در این عامل اقتصادی، بسیار زیاد و کاملاً بی‌نظم است؛ به‌همین دلیل سری دلار را انتخاب کردیم تا با برازش مدل به‌دو روش ایستا و پویا، توانایی مدل‌های پویای بیزی و برتری آنها را نشان دهیم.



نمودار ۳- سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازار رسمی ایران  
از تاریخ ۶۷/۷/۲۸ تا تاریخ ۸۰/۹/۲۹

سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار در بازه زمانی ۶۷/۷/۲۸ تا ۸۰/۹/۲۹ در شکل ۳ رسم شده است (این اطلاعات از بانک مرکزی ایران گرفته شده است). ملاحظه می‌شود که متوسط هفتگی قیمت دلار پیرامون یک میانگین ثابت تغییر نمی‌کند، بنابراین سری نامانا است. دلیل دیگر نامانایی این سری، نمودار تابع خودهمبستگی (ACF) سری است. این نمودار به‌طور نمایی و به‌سرعت به‌صفر کاهش نمی‌یابد.

۳-۲- برازش مدل کلاسیک ARMA به سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار  
برای مدل‌سازی کلاسیک ARMA، باید ابتدا به سری مانا دست پیدا کنیم. برای مانا کردن سری متوسط قیمت هفتگی دلار از روش تفاضل‌گیری استفاده می‌کنیم. با تفاضل‌گیری مرتبه اول ( $d=1$ ) از سری متوسط قیمت هفتگی دلار سری جدید به‌دست می‌آوریم. با رسم نمودارهای تابع خودهمبستگی (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) سری جدید، مانایی آن ارزیابی می‌شود. با توجه به این نمودارها مدل  $ARMA(1,1)$  را به این سری برازش دادیم، که معادله آن بنابر نتایجی که در جدول ۱ درج شده‌اند به‌قرار زیر است:

$$(1-1/001061B)Z_t = (1+0/212282B)a_t \quad (52)$$

این مدل مشکل ریشه واحد دارد. شکل کلی این مدل به‌صورت زیر بوده است،  

$$[(1-(1+\Phi)B)]Z_t = (1-B)(1-\Phi B)Z_t = (1+\Psi B)a_t \quad (53)$$
 که در آن  $\Phi = 0/001061$  و  $\Psi = 0/212282$  برآورد می‌شود.

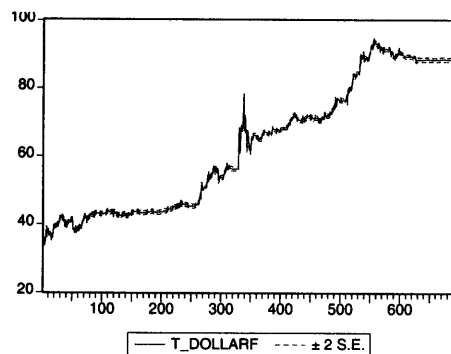
بعد از بررسی مانده‌های مدل برازش داده شده، به‌مشکل نرمال نبودن باقیمانده‌ها و وجود نقاط دور افتاده برخورد کردیم. بنابراین با به‌کار بردن تبدیل باکس-کاکس،  $\frac{Z_t^{0.4}-1}{0.4}$  داده‌ها را تقریباً نرمال کردیم. با اعمال ۲۸ مورد مداخله از دو نوع مداخله پله‌ای و مداخله ضربه‌ای، این مشکل را نیز رفع کردیم. عملیات مداخله که در نقاط مختلف سری صورت می‌گیرد تا مقادیر دور افتاده به‌نحوی تعدیل شوند طبق فرمول زیر انجام گرفت:

$$(1 - \Phi B) Z_t = \omega_1 I_t(7) + \omega_2 I_t(8) + \dots + \omega_{28} I_t(539) + (1 - \theta B)a_t \quad (54)$$

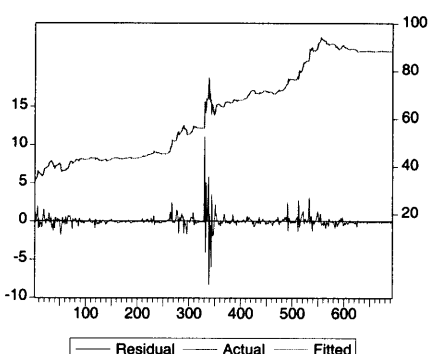
که نتایج آن در جدول ۲ (ب) درج شده‌اند. جدول ۲ (الف) مقادیر خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی مانده‌های مدل را بعد از مداخله نشان می‌دهند. با توجه به جدول ۲ (الف، ب) و شکل‌های ۴ (الف، ب) که نتایج برازش مدل، قبل و بعد از مداخله را نشان می‌دهند، همه آماره‌ها و نمودارها نشان از برازش مناسب مدل بر این سری متوسط قیمت هفتگی دلار دارند.

جدول ۱- خلاصه‌ای از برازش مدل ARMA(1,1) قبل از مداخله

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	1.001061	0.000388	2581.087	0.0000
MA(1)	-0.212282	0.037197	-5.712262	0.0000
R-squared	0.998006	Mean dependent var		63.11399
Adjusted R-squared	0.998003	S.D. dependent var		19.08139
S.E. of regression	0.852730	Akaike info criterion		2.522137
Sum squared resid	501.7320	Schwarz criterion		2.535258
Log likelihood	-870.6595	F-statistic		325309.3
Durbin-Watson stat	2.015893	Prob(F-statistic)		0.000000
Inverted AR Roots	1.00			
	Estimated AR process is nonstationary			
Inverted MA Roots	0.21			



ب



الف

نمودار ۴- (الف) نمودار مدل ARMA(1,1) برازنده شده به همراه نمودار مانده‌ها قبل از مداخله  
(ب) نمودار مدل برازنده شده ARMA(1,1) بعد از انجام مداخله

جدول ۲- الف) مقادیر و نمودار خود همبستگی و خود همبستگی جزئی مانده‌های مدل  
ARMA(1,1) بعد از مداخله، ب) مدل ARMA(1,1) بعد از مداخله.

الف					ب				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.	AC	PAC	Q-Stat	Prob.	Autocorrelation
C	107.0925	40.42076	2.64943	0.0083	1	-0.006	-0.006	0.0249	
L_7	1.664468	0.305523	5.447925	0.0000	2	0.071	0.071	3.5201	
L_8	-1.643715	0.305191	-5.385898	0.0000	3	0.099	0.1	10.364	0.001
L_19	1.004281	0.279448	3.606713	0.0003	4	0.099	0.097	17.141	0.000
L_34	-1.092126	0.276769	-3.945975	0.0001	5	-0.003	-0.014	17.146	0.001
L_52	-1.070146	0.277836	-3.851441	0.0001	6	-0.007	-0.032	17.182	0.002
L_267	2.320564	0.279664	7.925973	0.0000	7	-0.018	-0.039	17.415	0.004
L_280	-1.743967	0.276320	-6.318637	0.0000	8	-0.055	-0.063	19.519	0.003
L_290	-2.289610	0.276534	-8.098846	0.0000	9	0.014	0.022	19.664	0.006
L_296	-1.239031	0.277013	-4.833824	0.0000	10	-0.064	-0.047	22.546	0.004
L_308	0.844513	0.276303	3.056476	0.0023	11	-0.016	-0.003	22.719	0.007
L_330	11.50420	0.279407	41.17363	0.0000	12	0.053	0.07	24.674	0.006
L_332	-5.102140	0.167094	-30.53637	0.0000	13	0.057	0.071	26.997	0.005
L_337	2.886863	0.305622	9.443871	0.0000	14	0.073	0.083	30.818	0.002
L_338	5.164538	0.330364	15.63289	0.0000	15	-0.044	-0.065	32.223	0.002
L_339	-9.531938	0.321968	-29.04616	0.0000	16	0.032	-0.013	32.944	0.003
L_340	3.342802	0.176742	18.91912	0.0000	17	0.091	0.07	38.836	0.001
L_343	-5.668702	0.167491	-33.84476	0.0000	18	0.003	-0.006	38.841	0.001
L_346	-1.530707	0.307885	-4.971690	0.0000	19	-0.035	-0.033	39.703	0.001
L_347	-1.015770	0.304561	-3.335191	0.0009	20	0.109	0.102	48.271	0.000
L_347	-1.015770	0.304561	-3.335191	0.0009	21	-0.013	-0.012	48.385	0.000
L_351	2.120753	0.276719	7.663924	0.0000	22	-0.013	-0.008	48.512	0.000
L_491	2.221791	0.163958	13.55098	0.0000	23	0.097	0.095	55.335	0.000
L_511	-2.178021	0.163833	-13.3227	0.0000	24	0.018	0.019	55.573	0.000
L_514	-1.126700	0.279633	-4.029213	0.0001	25	0.02	0.008	55.848	0.000
L_521	0.912321	0.276623	3.298072	0.0010	26	0.068	0.038	59.226	0.000
L_532	1.654888	0.305061	5.424783	0.0000	27	0.069	0.038	62.657	0.000
L_533	2.797699	0.331137	8.448700	0.0000	28	-0.044	-0.045	64.067	0.000
L_534	-1.026606	0.304925	-3.366817	0.0008	29	0.009	-0.028	64.125	0.000
L_539	-0.605475	0.164781	-3.674434	0.0003	30	0.023	0.01	64.509	0.000
AR(1)	0.998621	0.001115	895.4487	0.0000	31	-0.027	-0.023	65.035	0.000
MA(1)	0.419205	0.086847	11.37678	0.0000	32	0.015	0.025	65.195	0.000
R-squared	0.999757	Mean dependent var	63.11399		33	-0.05	-0.038	67.040	0.000
Adjusted R-squared	0.999746	S.D. dependent var	19.08139		34	0.007	-0.004	67.073	0.000
S.E. of regression	0.304038	Alkaike info criterion	0.500434		35	-0.007	0.013	67.110	0.000
Sum squared resid	61.10218	Schwarz criterion	0.703797		36	0.051	0.052	69.047	0.000
Log likelihood	-42.1502	F-statistic	90701.79						
Durbin-Watson stat	1.999278	Prob(F-statistic)	0.000000						
Inverted AR Roots	1.00								
Inverted MA Roots	-.42								

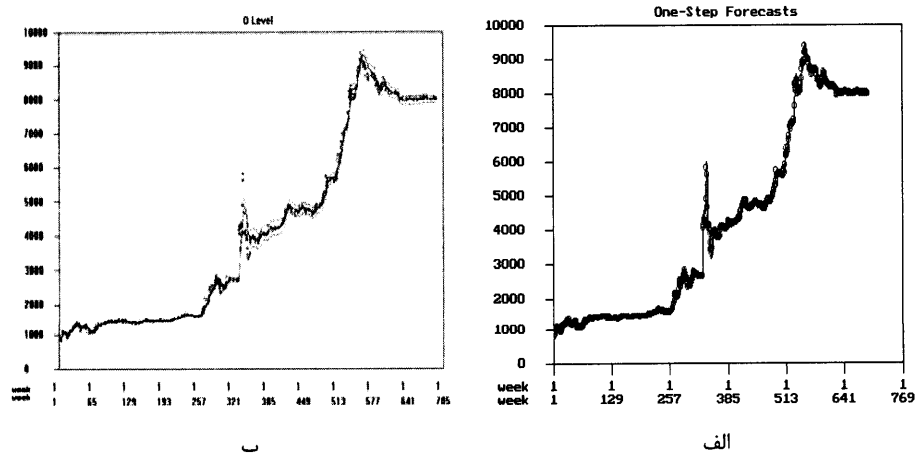
#### ۲-۴- برازش مدل پویا به سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار

چون سطح سری در طول زمان بررسی، در حال رشد است، مدل چندجمله‌ای درجه دوم با شاخص‌های سطح  $\mu_t$  و رشد  $\beta_t$  را بر روی این سری برازش می‌دهیم. این مدل چندجمله‌ای می‌تواند در دو حالت پویا یا ایستا ( $W_t = 0$ ) به‌داده‌ها برازنده شود. برای تشخیص این که مدل باید به‌صورت پویا یا ایستا به‌داده‌ها برازش یابد، ابتدا مدل‌های چهار گانه زیر را با ضرایب تخفیف  $\delta_T = 1.00$ ،  $\delta_T = 0.95$ ،  $\delta_T = 0.9$  و  $\delta_T = 0.5$  به‌داده‌ها برازش می‌دهیم از بین این مدل‌های برازنده شده، مدلی را که دارای کمترین مقدار برای میانگین توان دوم خطا (MSE) باشد، انتخاب می‌کنیم. با توجه به نمودارها و خروجی‌های به‌دست آمده از برازش مدل‌های بالا جدول ۳ به‌دست می‌آید. در این جدول MAD

"میانگین قدرمطلق انحراف" نیز ملاکی از نیکویی برازش مدل است.

جدول ۳- نتایج برازش مدل‌های مختلف به سری قیمت دلار

ضرایب تخفیف	MSE	MAD	Log Likelihood
$\delta_T = 1.00$	$7.5990e + 5$	$5.5666e+2$	$-5.2792e+3$
$\delta_T = 0.95$	$6.8312e + 2$	$1.5021e+2$	$-2.6226e+3$
$\delta_T = 0.90$	$3.8022e+2$	$9.9560e+1$	$-2.2099e+3$
$\delta_T = 0.50$	$1.2971e+2$	$5.0509e+1$	$-2.0620e+3$



نمودار ۲- الف) نمودار سری زمانی مشاهده شده متوسط هفتگی قیمت دلار (خم نقطه چین) و مدل پویای برازانده شده به آن به ازای  $\delta_T = 0.50$  (خم پیوسته)، ب) نمودار برآورد سطح سری  $\mu_t$  به همراه بازه اطمینان ۹۵ درصدی

با توجه به جدول ۳ مدل خطی پویا را برای برازش به این داده‌ها انتخاب می‌کنیم. زیرا مدل‌های خطی پویا مقادیر MSE، MAD و |Loglikelihood| کمتری نسبت به مدل‌های ایستا دارند. انتخاب مدل خطی پویا با ضریب تخفیف مناسب را در مراحل بعدی بررسی می‌کنیم. زیرا ضرایب تخفیف توسط مدل ساز به گونه‌ای انتخاب می‌شود که شرایط مناسب برای مدل حاصل شود. دلیل دیگر مناسب بودن مدل‌های پویا برای برازش به این سری، تغییراتی است که در سطح

سری در طول زمان بررسی، رخ می‌دهد. در حقیقت قیمت دلار تحت تأثیر عوامل مختلف داخلی و خارجی قرار دارد و هر لحظه انتظار آن می‌رود که قیمت آن و در نتیجه مدل واقعی قیمت دلار، با تغییر اثر متغیرهای مؤثر و حتی وارد شدن متغیرهای جدید مؤثر بر سطح قیمت دلار، تغییر کند. این گونه تغییرات را می‌توان در نمودار برآورد سطح سری مشاهده کرد.

#### ۵-۲- مداخله در برازش مدل خطی پویا

منابع اطلاعات قابل دسترس برای شخص پیش‌بینی‌کننده معمولاً محدود به داده‌های گذشته و دیگر اطلاعات وابسته است. اطلاعات وابسته می‌تواند شامل اطلاعاتی درباره وقایع آینده نزدیک باشد که بر روی محیط سری‌ها تأثیر می‌گذارند. بنابراین با توجه به این اطلاعات اضافی، می‌توان در مدل سری زمانی مداخله کرد و با پیش‌خورانی این اطلاعات، به مدل اجازه داد که تغییرات را پیش‌بینی کند. سیستم‌های مداخله به دو دسته مداخله پیش‌خورانی و مداخله پس‌خورانی طبقه‌بندی می‌شوند.

مداخله پیش‌خورانی، از نوع انتظاری است ولی مداخله پس‌خورانی واکنش به وقایعی است که قبلاً مورد توجه قرار نگرفته‌اند، یا از نوع مداخله اصلاح‌گرایانه است. وقتی از مداخله اصلاح‌گرایانه استفاده می‌شود که دقت پیش‌بینی رو به انحطاط برود. در یک سیستم پیش‌بینی کامل، از هر دو روش مداخله پیش‌خورانی و پس‌خورانی استفاده می‌شود. این امر باعث می‌شود که مدل در مواقع بروز استثناها عملکرد خوبی از خود نشان دهد، از این رو از هر دو روش مداخله ذکر شده برای کنترل استثناها استفاده می‌شود. در روش اول، استثنا در خصوص اطلاعات دریافتی است که بر اساس آن مداخله پیش‌خورانی صورت می‌گیرد. روش دوم در خصوص کشف انحطاط در کیفیت عملکرد پیش‌بینی است که معمولاً با استفاده از فعالیت‌های نظارتی بر پیش‌بینی‌ها آشکار می‌شود. چنین نظارت‌هایی ممکن است تا حد زیادی ذهنی و غیررسمی باشند یا ممکن است صورت خودکار به خود بگیرند، یعنی خطاها و تطبیق مدل با داده‌ها بررسی شده و در صورت لزوم نشانه انحطاط مدل اعلام می‌شود.



## ۶-۲- برازش مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم

در این قسمت سعی داریم یک مدل چندجمله‌ای درجه دوم با شاخص‌های سطح،  $\mu_t$  و رشد  $\beta_t$  به سری مشاهده شده قیمت دلار برازش دهیم. معادلات مشاهده و سیستم این مدل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم،

$$Y_t = F_t' \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N[0, V_t] \quad (55) \text{ معادله مشاهده:}$$

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + \omega_t, \quad \omega_t \sim N[0, W_t] \quad (56) \text{ معادله تحول:}$$

که در آنها  $F_t = F = E_2 = [1, 0]'$ ،  $\theta_t = (\mu_t, \beta_t)'$ ،  $G_t = G = J_2(1)$  و  $\omega_t = [\omega_{t1}, \omega_{t2}]'$  بنابراین صورت خلاصه شده معادلات عبارت‌اند از:

$$Y_t = \mu_t + v_t \quad (57) \text{ معادله مشاهده:}$$

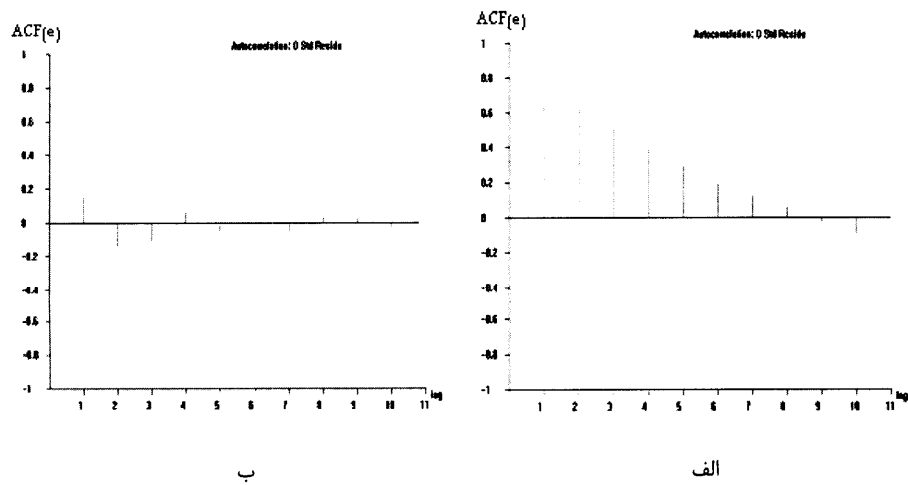
$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \omega_{t1}, \quad \beta_t = \beta_{t-1} + \omega_{t2} \quad (58) \text{ معادله سیستم:}$$

برای این مدل واریانس مشاهدات  $V_t$  به صورت پویا و نامعلوم در نظر گرفته می‌شود. ماتریس تحول  $W_t$  بر مبنای عامل تخفیف  $\delta$  مشخص می‌شود.

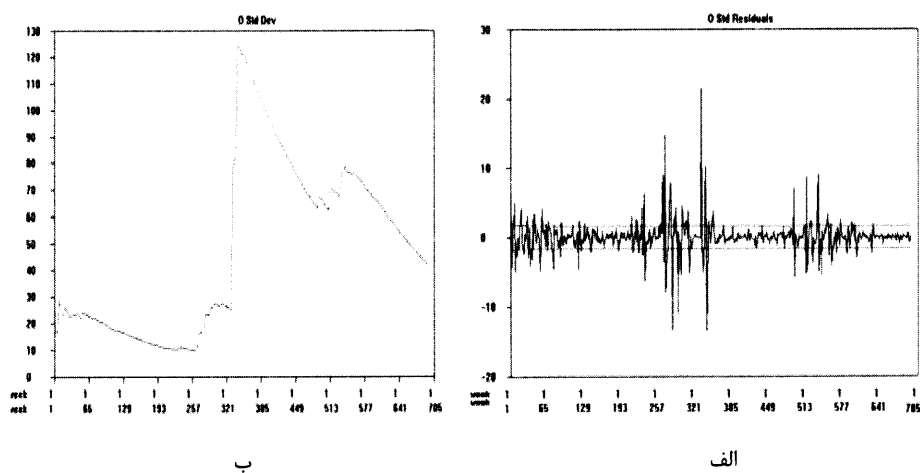
برای انتخاب ضریب تخفیف مناسب، ابتدا با فرض  $\delta_T = 0.9$  مدل را برازش دادیم. بعد از برازش مدل، نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌ها دارای مقادیر معنی‌دار بود (شکل ۶ الف). پس نتیجه می‌گیریم که تغییرات متغیر پاسخ، توسط مدل به‌خوبی بیان نشده است و بخشی از وابستگی‌ها در مانده‌ها به‌جای مانده است. با کاهش ضریب تخفیف و افزایش پویایی مدل برای تبیین تغییرات، برازش مدل بهتر می‌شود و برای  $\delta_T = 0.50$  همه مقادیر نمودار خود همبستگی به‌حدی کاهش می‌یابند که دیگر معنی‌دار نیستند (شکل ۶ ب). مشکل دیگری که در بررسی‌های اولیه مانده‌ها با آن روبرو شدیم، مشکل نرمال نبودن مانده‌ها بود، که

با به‌کار بردن تبدیل  $\frac{y_t^{0.4} - 1}{0.4}$  داده‌ها را تقریباً به‌نرمال بودن نزدیک کردیم.

در این مرحله از برازش مدل چندجمله‌ای درجه دوم، می‌بینیم که سری در تعدادی از نقاط برازش مناسب ندارد و در این نقاط مانده‌ها خارج از بازه اطمینان واقع می‌شوند، برای شناسایی این نقاط، نمودار سری مانده‌های استاندارد شده را رسم می‌کنیم (شکل ۷ الف).



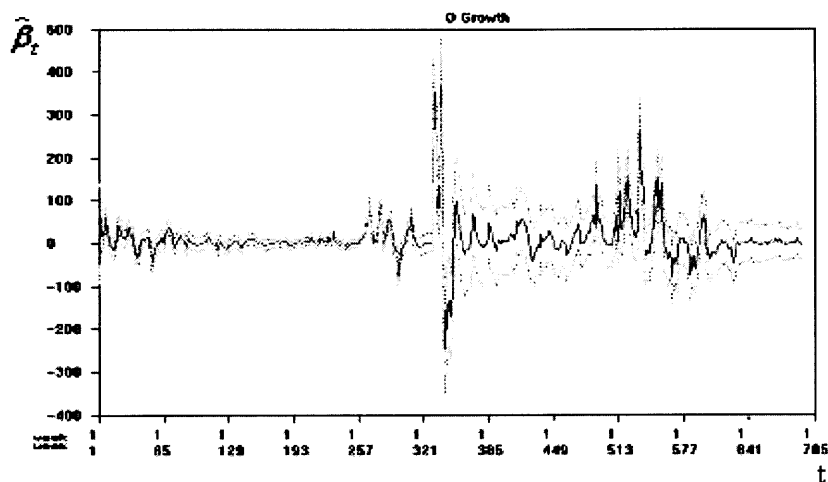
نمودار ۶- الف) نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌های مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف  $\delta_T=0.90$  ، ب) نمودار تابع خودهمبستگی مانده‌های مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف  $\delta_T=0.50$



نمودار ۷- الف) نمودار مانده‌های استاندارد شده مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف  $\delta_T=0.50$  ، ب) نمودار انحراف استاندارد مشاهدات قبل از انجام مداخله

در کلیه نقاطی که مانده‌ها از بازه اطمینان ۹۵ درصدی خارج شده‌اند، نشانی از عدم برازش مناسب مدل در آن زمان‌ها وجود دارد و باید مداخله صورت گیرد. روش دیگر تشخیص نقاطی که تغییرات زیادی در سری رخ داده و مدل در آن نقاط به‌طور مناسب برازش نیافته، روش نظارت است. به کمک این روش مشخص می‌کنیم که در کدام هفته، تغییرات قیمت دلار معنی‌دار است، آنگاه در آن نقاط مداخله می‌کنیم.

نمودار انحراف استاندارد مشاهدات قبل از انجام مداخله (شکل ۷ ب) را بررسی می‌کنیم. مقدار انحراف در هفته‌های (۲۵۰ - ۳۲۱) رشد سریعی داشته، یعنی در این فاصله جهشی در نمودار رخ داده است. نکته‌ای که وجود دارد این است که با گذشت زمان مدل، بهتر به داده‌ها برازش می‌یابد و انحراف استاندارد به مقدار اولیه خود برمی‌گردد. این روند تغییرات خاصیت پویایی مدل را نشان می‌دهد. در حقیقت، وجود نقاط دور افتاده در هفته‌های ۲۶۰ تا ۳۸۵ باعث افزایش واریانس شده است ولی با گذشت زمان این مدل به خوبی به داده‌ها برازش یافته و واریانس کاهش پیدا کرده است.

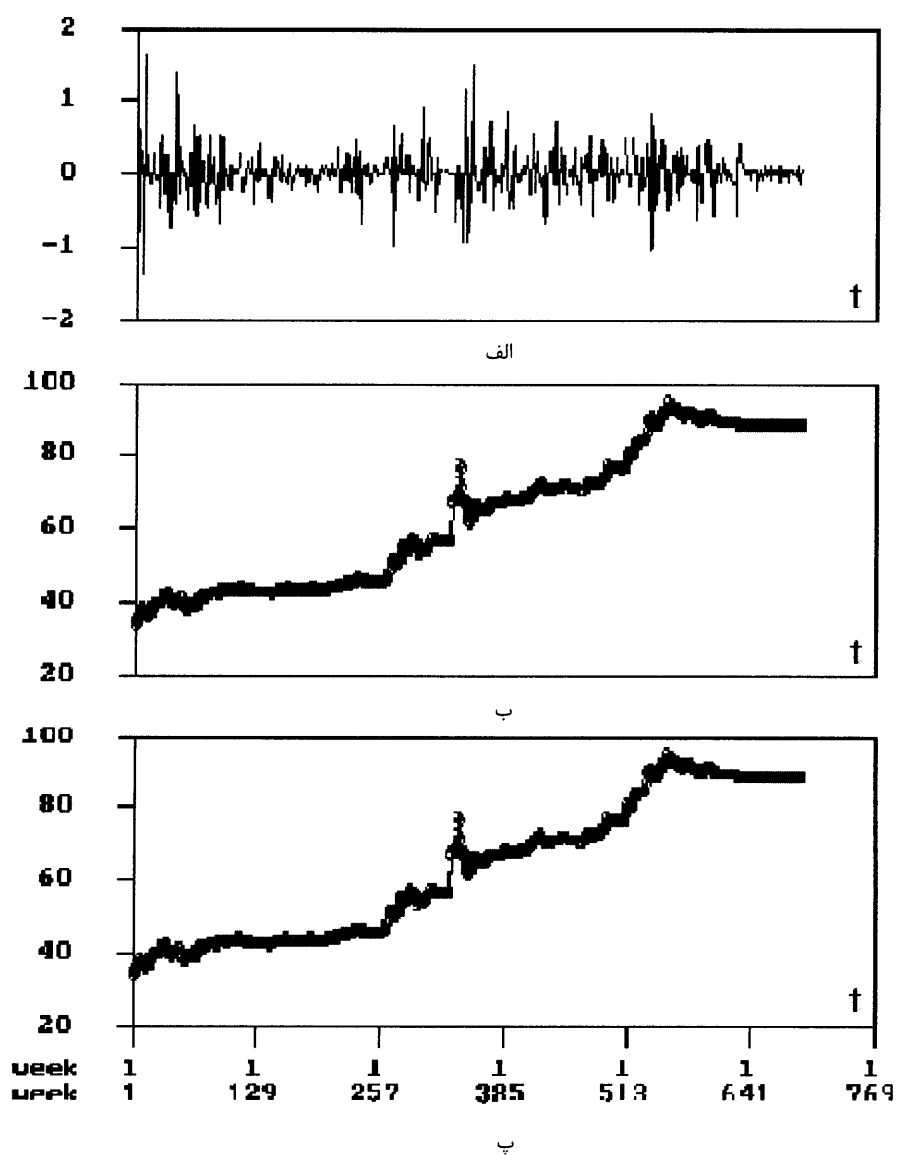


نمودار ۸- نمودار شاخص ( $\hat{\beta}_t$ ) مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم با ضریب تخفیف  $\delta_T = 0.50$  قبل از مداخله

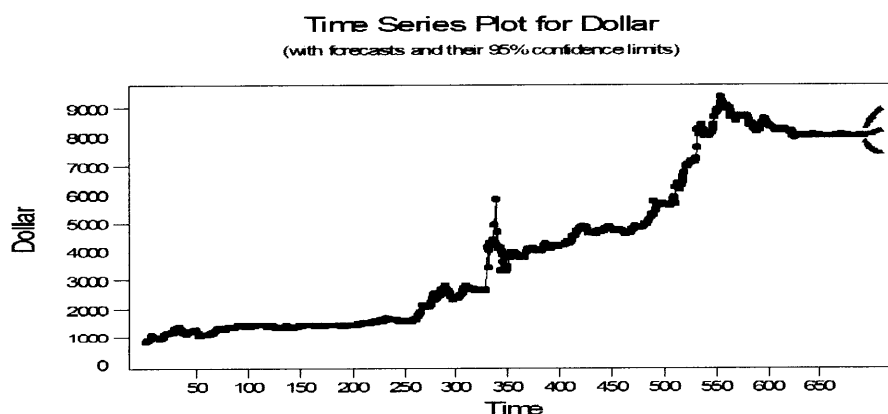
نمودار تغییرات شاخص رشد سری متوسط هفتگی قیمت دلار ( $\beta_t$ )، (شکل ۸) نشان می‌دهد که در طول زمان، شاخص رشد دارای نوسانات زیادی است و در چندین مقطع زمانی این تغییرات بسیار زیاد است. بعد از انجام مداخله در نقاط دور افتاده، تغییرات شدید در شاخص رشد حذف می‌شوند. بعد از مداخله در نقاط دور افتاده نمودار مانده‌های استاندارد شده را رسم می‌کنیم (شکل ۹. الف) با توجه به این نمودار، تغییرات شدید در مانده‌های استاندارد شده حذف شده است. مقدار قیمت دلار برازنده شده برای هفته  $t$  ام به کمک مدل برآورد شده، با استفاده از اطلاعات زمان  $t$  و قبل از آن در شکل (۹. ب) نشان داده شده‌اند. شکل (۹. پ) مقدار قیمت دلار پیش‌بینی شده برای هفته  $t$  ام، بر مبنای اطلاعات تا زمان  $t-1$  را نشان می‌دهد.

### ۳- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله سری زمانی متوسط قیمت هفتگی دلار را در بازار رسمی ایران از تاریخ ۶۷/۷/۲۸ تا تاریخ ۸۰/۹/۲۹ بررسی کردیم. ابتدا با استفاده از روش‌های متداول ARMA برازنده‌ترین مدل را برای آن (بخش ۲،۱) به دست آوردیم. سپس به کمک روش‌های تحلیل مدل‌های پویا، مدل پویایی را برای آن (بخش ۲،۲) تعیین کردیم (مبنای نظری این گونه مدل‌ها در بخش ۲ به اجمال بیان شد). چنان‌که بیان شد مدل‌سازی کلاسیک مستلزم محاسبات زیادی برای تبدیل سری به یک سری نرمال مانا بود. به دلیل ناتوانی این مدل‌ها برای رویارویی با سری‌های نامانا به خصوص سری‌هایی که دارای جهش هستند و نقاط دور افتاده دارند ناچار به اعمال برخی مداخلات شدیم که باز هم محاسبات مشکل دیگری را به همراه داشت. در حالی که همان طوری که در بخش مدل‌سازی پویا دیدیم، وارد کردن مفهوم تحول در شاخص‌های سری‌های زمانی و بهره‌گیری از روش بیزی برای پیدا کردن توزیع پسین شاخص در هر زمان، به شرط آگاهی از اطلاعات زمان‌های قبل، به خوبی توانست از عهده مشکلات نامانایی و نقاط دور افتاده بر آید.



شکل ۹- الف) نمودار مانده‌های استاندارد شده بعد از انجام مداخله، ب) نمودار برآورد سطح سری در زمان  $t$ ، بر اساس اطلاعات تا زمان  $t$ ، پ) نمودار مقادیر پیش‌بینی شده برای قیمت دلار بر مبنای اطلاعات تا یک زمان قبل



شکل ۱۰- نمودار مقادیر پیشگویی متوسط قیمت هفتگی دلار به کمک مدل برازانده شده همراه با حدود اطمینان ۹۵ درصدی پیشگویی‌ها

به‌منظور آگاهی از عملکرد این دو مدل، به‌مقایسه آنها از نظر دقت پیشگویی می‌پردازیم. در شکل ۱۰ و جدول ۴ نتایج پیشگویی متوسط قیمت هفتگی دلار را برای ۱۱ هفته بعد از تاریخ ۸۰/۹/۲۹ به‌همراه انحراف استاندارد آنها آورده‌ایم. ملاحظه می‌شود در حالی که مقدار قیمت پیشگویی شده از هر دو مدل تقریباً یکسان‌اند و مدل پویا قیمت را اندکی کمتر از مدل کلاسیک پیشگویی می‌کند، تفاوت عمده‌ای در انحراف استاندارد آنها وجود دارد و در هفته‌های اول و دوم این تفاوت بسیار زیاد است. به‌این معنی که مدل پویا تقریباً با دقتی دو برابر مدل کلاسیک پیشگویی می‌کند. اما هر قدر که افق پیشگویی وسیع‌تر می‌شود و از مبدأ پیشگویی دور می‌شویم از دقت پیشگویی هر دو مدل کم و انحراف استاندارد پیشگویی‌های آنها زیاد می‌شود. منتها این افزایش برای مدل کلاسیک کمتر از مدل پویاست. هرچند که در بدو امر این واقعیت ممکن است به‌ضعف مدل پویا تعبیر شود، حقیقت آن است که مدل پویا می‌تواند به‌صورت رایانه‌ای برنامه‌نویسی شود و هر هفته با استفاده از اطلاعات هفته قبل به‌پیشگویی بسیار دقیق‌تر از مدل کلاسیک پردازد. بنابراین با توجه به‌توانایی مدل‌های پویا برای لحاظ کردن انواع بی‌نظمی‌های سری زمانی به‌طور مستقیم و ماهیت پویای آن که منجر به‌انحراف

استاندارد بسیار کوچک‌تر برای پیشگویی‌های کوتاه‌مدت می‌شود، برتری آن به‌مدل‌های کلاسیک آشکار است.

جدول ۴- پیشگویی‌ها، خطاهای استاندارد، و MSEهای دو مدل پویا و کلاسیک برای متوسط قیمت هفتگی دلار در ۱۱ هفته از تاریخ ۸۰/۰۹/۳۰ تا ۸۰/۱۲/۱۰

تاریخ	برآورد شاخص	مدل کلاسیک	مدل پویا
۸۰/۰۹/۳۰	$\hat{y}_t$	8012.92	7996.292
	S.E	11.20957	6.982155
۸۰/۱۰/۷	$\hat{y}_t$	8022.98	7992.107
	S.E	12.25822	9.871835
۸۰/۱۰/۱۴	$\hat{y}_t$	8033.21	7991.719
	S.E	16.76197	13.17588
۸۰/۱۰/۲۱	$\hat{y}_t$	8023.80	7989.331
	S.E	18.93626	16.82256
۸۰/۱۰/۲۸	$\hat{y}_t$	8052.19	7989.922
	S.E	20.88598	20.80272
۸۰/۱۱/۵	$\hat{y}_t$	8062.58	7982.556
	S.E	22.66896	25.06237
۸۰/۱۱/۱۲	$\hat{y}_t$	8072.97	7982.169
	S.E	22.32098	29.57521
۸۰/۱۱/۱۹	$\hat{y}_t$	8085.36	7979.781
	S.E	25.86891	32.32322
۸۰/۱۱/۲۶	$\hat{y}_t$	8295.75	7977.392
	S.E	27.32819	39.35303
۸۰/۱۲/۳	$\hat{y}_t$	8106.12	7975.006
	S.E	28.71361	50.03073
۸۰/۱۲/۱۰	$\hat{y}_t$	8107.37	7972.619
	S.E	30.03523	57.77123

## فهرست منابع

- ۱- مشکانی، محمدرضا (۱۳۷۱). *تحلیل سری‌های زمانی: پیش‌بینی و کنترل*، جلد ۱ و ۲. انتشارات دانشگاه شهید بهشتی شماره ۲۴۲، تهران
- 2- Abraham. B., and Ledholter, A., (1983). "Statistical Methods for Forecasting". Wiley New York.
- 3- Abraham, B. and Box, G. E. P., (1979). "Bayesian analysis of some outlier problems in time series". *Biometrika*, 66, 229-236.
- 4- Ameen, J. R. M., and Harrison, P. J., (1984). "Discount weighted estimation". *J. of Forecasting* 3, 285-296.
- 5- Ansley, C. F., (1979). "An algorithm for the exact likelihood of a mixed autoregressive moving average process". *Biometrika* 66, 59-65.
- 6- Bromeling, L. D. (1985). "Bayesian Analysis of Linear Models". Marcel Dekker, New York.

- 7- Box, G. E. P., and Draper, N. R., (1987). "Empirical Model-Building and Response Surfaces". Wiley, New York.
- 8- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., (1976). "Time Series Analysis: Forecasting and Control", (2nd end). Holden-Day, San Francisco.
- 9- Box, G. E. P., and Tiao G. C., (1973). "Bayesian Inference in Statistical Analysis". Addison-Wesley, Massachusetts.
- 10- Chang, I. And Tiao, G. C., (1973). "Estimation of time series parameters in the presence of outliers", Technical Report & University of Chicago, Statistics Research Center.
- 11- Chang, I., Tiao, G. C., and Chen, C. (1988). "Estimation of time series parameters in the presence of outliers", *Technometric*, 30, No. 2, 193-204.
- 12- Cleveland, W. S., (1974). "Estimation of parameters in distributed lag models. In Studies in Bayesian Econometrics and Statistics", S. E. Fienberg and A. Zellner (Eds.). North-Holland Amsterdam.
- 13- De Groot, M. H., (1971). "Optimal Statistical Decisions". Mc Graw-Hill, New York.
- 14- Fox, A. J., (1972). "Outliers in time series". *J. Roy. Statist. Soc.*, Ser. B, 43, 350-363.
- 15- Gardner, G., Harvey, A. C. and Phillips, G. D. A., (1980). "An algorithm for exact maximum likelihood estimation by means of Kalman filtering". *Applied Statistics* 29, 311-322.
- 16- Godolphin, E. J., and Harrison, P. J., (1975). "Equivalence theorems for polynomial projecting predictors". *J. R. Statist. Soc. (Ser. B)* 37, 205-215.
- 17- Harrison, P. J., (1965). "Short-term sales forecasting". *Applied Statistics* 15, 102-139.
- 18- Harrison, P. J., (1967). "Exponential smoothing and short-term forecasting". *Man.Sci.* 13, 821-842.
- 19- Harrison, P. J., and Stevens, C. F., (1976a). "Bayesian forecasting (with discussion)". *J. Roy. Statist. Soc. (Ser. B)* 38, 205 – 247.
- 20- Harvey, A. C., (1984). "A unified view of statistical forecasting procedures". *J. Forecasting* 3, 245-275.
- 21- Hillmer, S. C., Bell, W. R., and Tiao, G. C. (1983). "Modelling considerations in the Seasonal adjustment of economic time series, in Applied Time Series Analysis of Economic Data", (Ed. A. Zellner), 74-100, U. S. Bureau of the Census, Washington, DC.
- 22- Holt, C. C., (1957). "Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages". *O. N. R. Research Memo.* 52, Carnegie Institute of Technology.
- 23- Johnston, F. R., Harrison, P. J., Marshall, A. S., and France, K. M., (1986). "Modelling and the estimation of changing relationship". *The*



- statistician* 35, 229-235.
- 24- Johnston. F. R., and Harrison, P. J., (1980). "An application of forecasting in the alcoholic drinks industry". *J. Oper. Res. Soc.* 31, 699-709.
  - 25- Leamer. E. E., (1972). "A class of information priors and distributed lag analysis". *Econometrica* 40, 1059-1081.
  - 26- Lindley, D. V., and Smith. A. F. M., (1972). "Bayes' estimates for the linear model". *J. Roy. Statist. Soc. (Ser.B)*34, 1-41.
  - 27- Marriot, J., (1987). "Bayesian numerical integration and graphical methods for Box-Jenkins time series". *The Statistician* 36, 265-268.
  - 28- Martin, R. D., (1980). "Robust estimation off autoregressive models, in Directions in time series", D. R. Brillinger and G. C. Tiao(Eds.), 254-228, Institute of Mathematical Statistics, Hagwood, ca.
  - 29- West, Mike. And Harrison, Jeff (1997). "Bayesian Forecasting and dynamic Models", 2nd ed. Springer, New York.
  - 30- Pole . A., and West , M., (1988). "Efficient numerical integration in dynamic models". *Warwick Research Report* 136 , Department of Statistic , University of Warwick.
  - 31- Press, S.J.,(1985). "Applied Multivariate Analysis . Using Bayesian and Frequentist Methods of inference" . Krieger , California.
  - 32- Priestley , M.B., (1980). "System identification, Kalman filtering and stochastic control. In Direction in time Series" , D.R. Brillinger and G.C. Tiao (Eds). Institute of Mathematical Statistics.
  - 33- Schnatter, S., (1988). "Bayesian forecasting of time series by Gaussian sum pproximation". *In Bayesian Statistics* 3 , J.M.Bernardo, M. H. De Groot , D. V. Lindley and A. F. M. Smith(Eds.). Oxford University Press.
  - 34- Tsay, R.S.(1986). "Time series model specification in the presence of outliers". *J. mer. Statist. Assoc* , 81 , 132 – 141.
  - 35- Mckenzie , E., (1976) . "An analysis of general exponential smoothing". *Oper. Res.* 24, 131-140.
  - 36- West, M,Harrison , J. and Helio S Migon, (1985). "Dynamic generalized Liner Models and Bayesian Forecasting", *J. Amer. Statist. Assoc*, 80, No. 389, Theory and Methods.
  - 37- Young, A.S., (1977). "A Bayesian approach to presiction using polynomials". *Biometrika* 64, 304 – 317.
  - 38- Young , A.s., (1983) . "A comparative analysis of prior families for distributed lags". *Emprical Economic* 8 , 215 – 227.
  - 39- Young , A.S.,(1984). "Recursive Estimation and Time Series Analysis". Springer Verlag. Berlin.
  - 40- Zellner, A., (1971). "An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics". Wiley, New York.