



مروری بر فرموله سازی مسئله جدول زمانبندی امتحانات دانشگاهی

دکتر محمدرضا فیضی درخشی^۱، مهدی زندی^۲

گروه کامپیوتر دانشگاه تبریز
mfeizi@tabrizu.ac.ir

دانشگاه آزاد اسلامی واحد شبستر
Mahdi.zandi86@gmail.com

چکیده : زمانبندی امتحانات یکی از مشکلات کاربردی کلیدی می باشد که تقریباً همه مدارس و دانشگاه ها با آن مواجه هستند. در سی تا چهل سال اخیر، تلاش های زیادی برای توسعه روش های زمانبندی موثر انجام شده است. هدف از مسئله جدول زمانبندی امتحانات این است که مجموعه ای از امتحانات در مجموعه ای از پریود های زمانی، طوری زمانبندی شوند که تعدادی از محدودیت ها را ارضاء کنند. این محدودیت ها معمولاً به دو نوع تقسیم بندی می شوند. یکی محدودیت های سخت می باشند، که نباید نقض شوند و دیگری محدودیت های نرم می باشند که به ازای هر نقض یک جریمه در نظر گرفته می شود. به خاطر تعداد و تنوع زیاد این محدودیت ها، این قبیل مسائل زمانبندی از جمله مسائل NP-hard محسوب می شوند که حل دستی آنها خیلی سخت است. در این تحقیق می خواهیم به صورت خلاصه به بررسی روش های فرموله سازی و ارزیابی مسئله جدول زمانبندی امتحانات بپردازیم.

کلمات کلیدی : جدول زمانبندی امتحانات، فرموله سازی، ارزیابی

۱-مقدمه

((تخصیص امتحانات به یک تعداد محدود از پریود های زمانی موجود به طوری که هیچ برخوردی وجود نداشته باشد.))
زمانبندی امتحانات، مسئله ای است که امتحانات را به یک تعداد محدود از پریود های زمانی تخصیص می دهد به طوری که هیچکدام از محدودیت های سخت^۲ را نقض نکند. جدول

Carter مسئله جدول زمانبندی امتحانات^۱ را اینطور تعریف می کند [1]:

^۲ hard constraints

^۱ University Examination Timetabling

جزئیات بیشتر محدودیت ها برای جدول زمانبندی امتحانات در Burke [2] و Di Gaspero و schaerf [3] لیست شده اند.

۲- مروری بر روش های فرموله سازی مسئله جدول زمانبندی امتحانات

چندین مدل و فرمول برای مسائل زمانبندی، با استفاده از محققان مختلف ارائه شده اند.

۲-۱- فرموله سازی مسئله با استفاده از مدل رنگ آمیزی گراف

شباهت آشکاری بین نسخه اصلی مسئله زمانبندی امتحانات (بدون محدودیت های نرم) و مسئله رنگ آمیزی گراف وجود دارد. (Burke [1], Carter [5], de Werra [4], Welsh and Powell [6];) در مسئله رنگ آمیزی گراف، هدف پیدا کردن تعداد کمینه از رنگ ها است که می تواند برای رنگ آمیزی گره های گراف استفاده شود به طوری که گره های متصل مجاور با رنگ یکسانی رنگ آمیزی نشده باشند. این تعداد کمینه از رنگ ها، تعداد رنگ^۵ گراف نامیده می شود. مسئله زمانبندی در ساده ترین شکل خود (بدون محدودیت های نرم)، می تواند با مسئله رنگ آمیزی گراف نشان داده شود، به طوری که گره ها نشان دهنده امتحانات، رنگ ها نشان دهنده بازه های زمانی و یالها نشان دهنده برخورد ما بین امتحانات می باشد، (Burke [7]). بنابراین، اگر مسئله زمانبندی امتحانات به عنوان مسئله رنگ آمیزی گراف در نظر گرفته شود، هدف پیدا کردن تعداد کمینه از بازه های زمانی است که قادر هستند همه امتحانات را بدون برخورد، در خود جای دهند. با تحلیل لیست ثبت نام دانشجویان، امتحاناتی که برخورد دارند (برای مثال، امتحاناتی که حداقل یک دانشجوی مشترک دارند) شناسایی می شوند. Cole [8] امتحان های برخورد دار را با استفاده از "جدول ناسازگاری"^۶ نشان داد و Broder [11] از "ماتریس برخورد"^۷ برای همین منظور استفاده کرد. امتحان های برخورد

دار با ماتریس برخورد $C = [c_{ij}]_{N \times N}$ که $i, j \in \{1, \dots, N\}$ (N تعداد امتحان ها می باشد) نشان داده می شود. عنصر c_{ij} تعداد دانشجویانی را که هم در امتحان i و هم در امتحان j ثبت

زمانبندی که همه محدودیت های سخت را برآورده می کند، اغلب جدول زمانبندی امکان پذیر^۱ نامیده می شود. علاوه بر محدودیت های سخت^۲، اغلب تعدادی از محدودیت های نرم نیز وجود دارند که باید تا حد ممکن بهینه شوند. مجموعه ای از محدودیت هایی که باید برآورده شوند، معمولاً از یک سازمان^۳ به سازمان دیگر، خیلی متفاوت است که در Burke [2] گزارش شده است.

نمونه هایی از محدودیت های سخت مشترک عبارتند از:

- امتحانات باید طوری زمانبندی شوند که هیچ دانشجویی دو امتحان متفاوت در یک زمان مشترک نداشته باشد.
- در پایان فرآیند زمانبندی، نباید امتحان (هایی)، زمانبندی نشده باقی بماند.
- ظرفیت اتاق باید طوری باشد که برای همه دانشجویانی که برای یک امتحان در یک اتاق خاص ثبت نام شده اند، جا باشد.

در عمل معمولاً هر سازمانی یک روش متفاوتی برای ارزیابی کیفیت جدول زمانبندی امکان پذیر دارد. در بسیاری از حالت ها، میزان کیفیت براساس تابع جریمه^۴ محاسبه می شود که نشان می دهد چه میزانی از محدودیت های نرم برآورده می شود.

نمونه هایی از محدودیت های نرم عبارتند از:

- امتحان X باید قبل یا بعد از امتحان Y زمانبندی شود.
- اجتناب از اینکه امتحانات دانشجویان در بازه های زمانی متوالی باشد.
- امتحانات با تعداد دانشجویان زیاد باید در جدول زمانبندی زود تر زمانبندی شود.
- فقط باید بازه های زمانی و / یا اتاق های مشخص برای امتحانات خاصی در دسترس باشد.
- امتحان هایی که سوالاتشان مشترک است باید در یک بازه زمانی مشترک زمانبندی شود.

¹ feasible timetable
² soft constraints
³ institution
⁴ penalty function

⁵ chromatic number
⁶ incompatibility table
⁷ conflict matrix

- r_i اتاقی را که برای امتحان E_i تخصیص داده شده را مشخص می کند به طوریکه $r_i \in \{1, \dots, R\}$ و $i \in \{1, \dots, N\}$.
- t_i بازه زمانی را که برای امتحان E_i تخصیص داده شده را مشخص می کند،
- به طوریکه $i \in \{1, \dots, N\}$ و $t_i \in \{1, \dots, T\}$
- d_i روزی را که برای امتحان E_i تخصیص داده شده را مشخص می کند، به طوریکه $d_i \in \{1, \dots, D\}$ و $i \in \{1, \dots, N\}$
- $C = (C_{ij})_{N \times N}$ ماتریس برخورد می باشد، به طوریکه هر عنصر C_{ij} ، $i, j \in \{1, \dots, N\}$ تعداد دانشجویانی که هم در امتحان E_i و هم در امتحان E_j ثبت نام کرده اند را مشخص می کند.
- $\Delta t = |t_i - t_j|$ اختلاف بازه های زمانی مابین امتحان E_i و E_j می باشد.
- $\Delta d = |d_i - d_j|$ اختلاف روز مابین امتحان E_i و E_j می باشد.
- z_i استاد مربوطه برای امتحان / درس E_i می باشد.

محدودیت های سخت در این مجموعه داده ها عبارتند از :

- (۱) همه ی امتحانات باید زمانبندی شوند و همه ی امتحانات باید فقط یک بار زمانبندی شوند.

$$\sum_{s=1}^T y_{is} = 1, i \in \{1, \dots, N\}$$

به طوریکه

$$y_{is} = \begin{cases} 1 & \text{اگر امتحان } i \text{ در بازه زمانی } s \text{ باشد} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

هیچ دانشجویی نمی تواند همزمان در دو امتحان بنشیند. اگر امتحانات i و j در بازه S زمانبندی شده باشند، تعداد دانشجویانی که هم در امتحان i و هم در امتحان j بنشینند باید برابر صفر باشد یعنی $C_{ij} = 0$

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N C_{ij} \cdot x(t_i, t_j) = 0$$

به طوریکه

$$x(t_i, t_j) = \begin{cases} 1 & \text{اگر } t_i = t_j \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

- (۳) برای هر بازه زمانی t ، تعداد دانشجویانی که در امتحانات می نشینند نباید از تعداد صندلی ها بیشتر باشد.

$$\text{Students}_t \leq \text{Seats}, t \in \{1, \dots, T\}$$

نام کرده اند را مشخص می کند. اگر گراف غیر وزن دار به کار برده شود، امکان استفاده از، $C_{ij} = 1$ اگر مابین امتحان i و امتحان j برخورد وجود داشته باشد؛ $C_{ij} = 0$ در غیر اینصورت، نیز وجود دارد. این یک ماتریس متقارن است یعنی $C_{ij} = C_{ji}$. برای سلولهای قطری (یعنی $i=j$)، هر سلول دارای تعداد دانشجویانی که در یک امتحان خاص ثبت نام کرده اند، می باشد (تعداد دانشجویان برای امتحان i $C_{ii} = i$) و یا سلولی که دارای مقدار صفر باشد ($C_{ij} = 0$) نشان دهنده این است که هیچ برخوردی وجود ندارد. هر دو اینها قابل قبول هستند و وابسته به اینکه اطلاعات چگونه در ماتریس برخورد ذخیره شوند، استفاده می شوند. اساسا چندین بخش از اطلاعات را می توان از ماتریس برخورد استخراج کرد که به تئوری گراف مربوط می شود. تعداد امتحاناتی که با یک امتحان برخورد دارند با درجه گره^۱ معادل است. زمانی که مرتب سازی های هیوریستیک (Largest Degree, Largest Coloured Degree و Weighted Largest Degree) برای مرتب کردن امتحانات در موقع ساختن راه حل ها به کار برده می شود، مقادیر درجه گره ها استفاده می شوند. همچنین این امکان نیز وجود دارد که از مقادیر سلولهای قطری برای مرتب سازی هیوریستیک بیشترین ثبت نام^۲ استفاده شود، اگر زمانی که $i=j$ است C_{ii} برابر صفر نباشد.

۲-۲- فرموله سازی مسئله با مدل ریاضی

مدل های ریاضی نیز برای مسئله زمانبندی امتحانات وجود دارد.

مسئله ی زمانبندی امتحانات به صورت زیر بیان می شود :

- N تعداد امتحانات می باشد.
- E_i یک امتحان می باشد، به طوریکه $i \in \{1, \dots, N\}$
- e_i تعداد دانشجویانی می باشد که در امتحان E_i ثبت نام کرده اند، به طوریکه $i \in \{1, \dots, N\}$
- B مجموعه ای از همه ی N امتحان می باشد، $B = \{E_1, \dots, E_N\}$.
- D تعداد روز ها می باشد.
- M تعداد دانشجویان می باشد.
- R تعداد اتاق های موجود می باشد.
- f ظرفیت اتاق f می باشد به طوریکه $f \in \{1, \dots, R\}$.

¹ node degree
² Largest Enrolment

در این بخش چندین تابع ارزیابی که برای مجموعه داده های محک Carter توسعه داده شده، ارائه شده است. تابع هزینه ی مجاورت^۱ اولین تابع ارزیابی استفاده شده برای ارزیابی کیفیت جداول زمانبندی بوده است. این تابع، با هدف پخش زمانبندی امتحانات هر دانشجو، توسعه داده شده است. در پیاده سازی هزینه ی مجاورت، در نظر گرفته شده است که جواب جدول زمانبندی، محدودیت سخت تعریف شده را ارضا می کند، یعنی اینکه هیچ دانشجویی نمی تواند بیش از یک امتحان در یک زمان مشترک داشته باشد. علاوه بر این، جواب باید به روشی توسعه داده شود که پخش شدن^۲ امتحانات هر دانشجو را افزایش دهد تا اینکه دانشجویان مابین امتحاناتشان، به اندازه کافی وقت داشته باشند. اگر دو امتحان که برای یک دانشجوی خاص زمانبندی شده است، Δt بازه زمانی فاصله داشته باشد، هزینه جریمه برابر خواهد بود با

$$Penalty(t_i, t_j) = \begin{cases} 2^{(5-\Delta t)} & , |\Delta t| \leq 5 \\ 0 & , \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

به طوریکه $\Delta t \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

این هزینه جریمه با تعداد دانشجویانی که در هر دو امتحان زمانبندی شده مذکور ثبت نام کرده اند، ضرب می شود. جریمه ی میانگین برای هر دانشجو با تقسیم میزان جریمه کل بر تعداد کل دانشجویان، حاصل می شود. بیشینه تعداد بازه های زمانی برای هر مجموعه داده از قبل تعریف شده و ثابت می باشد، ولی هیچ محدودیتی در ظرفیت هر بازه زمانی در نظر گرفته نشده است. امتحان های متوالی در یک روز و یا شب، یکسان در گرفته شده است، و هیچ فرضیاتی برای آخر هفته یا دیگر شکاف های^۳ مابین روز های متوالی منطقی در نظر گرفته نشده است. بنابر این فرمول زیر برای ارزیابی این هزینه ی مجاورت استفاده شده است

Minimise $F =$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} \cdot Penalty(t_i, t_j)}{M}$$

به طوریکه

- ✓ N برابر با تعداد امتحانات می باشد
- ✓ c_{ij} برابر است با تعداد دانشجویانی که در هر دو امتحان E_i و E_j ثبت نام کرده اند،
- ✓ t_i برابر است با بازه زمانی که امتحان E_i در آن زمانبندی شده است،
- ✓ M برابر است با تعداد کل دانشجویان.

(۴) دانشجویی که امتحانات متوالی در یک روز دارد باید در یک اتاق تخصیص داده شده باشند.

$$\text{if } t_i = x; t_j = x + 1;$$

$$d_i = d_j \text{ and } c_{ij} \neq 0 \text{ then.}$$

$$r_i = r_j \text{ for } i, j \in \{1, \dots, N\}.$$

(۵) امتحانات خاص، $E_i \in S$ به طوریکه $S \subset B$ باید از دیگر امتحانات جدا باشند، یعنی امتحانات خاص نمی توانند در یک اتاق مشترک با دیگر امتحانات و در یک بازه زمانی برگزار شوند.

$$\sum_{i=1}^N \alpha_{ir} \leq 1 \text{ for all } r \in \{1, \dots, R\}.$$

به طوریکه

$$\alpha_{ir} =$$

$$\begin{cases} 1 & \text{گر امتحان } E_i \in S \text{ در اتاق } r \text{ باشد،} \\ 0 & \text{در غیر این صورت،} \end{cases}$$

(۶) هیچ دانشجویی نمی تواند در یک روز سه امتحان متوالی داشته باشد.

$$\text{if } c_{ij} \neq 0; c_{ik} \neq 0; t_i = x;$$

$$[t_j = x + 1 \text{ OR } t_j = x - 1] \text{ and.}$$

$$d_i = d_j \text{ then } d_k \neq d_i;$$

$$\text{for all } i, j \in \{1, \dots, N\}.$$

(۷) هر جا که ممکن باشد، هر امتحان باید به یک اتاق تخصیص داده شود.

$$\sum_{f=1}^R \beta_{if} = 1 \text{ for all } i \in \{1, \dots, N\}.$$

به طوریکه

$$\beta_{if} = \begin{cases} 1 & \text{گر امتحان } i \text{ در اتاق } f \text{ باشد،} \\ 0 & \text{در غیر این صورت،} \end{cases}$$

(۸) هر امتحان باید در اتاقی تخصیص داده شود که از ظرفیت اتاق تجاوز نکند.

$$\sum_{i=1}^N e_i \cdot \beta_{if} \leq L_f$$

$$\text{for all } f \in \{1, \dots, R\}.$$

۳- ارزیابی کیفیت جدول زمانبندی امتحانات

۳-۱- توابع ارزیابی قبلی

^۱ Proximity Cost Function
^۲ spreading out
^۳ gaps

در هر دو حالت میانگین جریمه برای هر دانشجو برابر ۱ می شود، اما واضح است که جواب در حالت ۲ بدتر از جواب در حالت ۱ است .

۳-۳- تابع ارزیابی فازی مطرح شده

در این بخش با توجه به مقاله ی Asmuni [9] که اولین مقاله در زمینه ی کاربرد تئوری فازی در مسئله زمانبندی امتحانات می باشد، می پردازیم. در این مقاله یک تابع ارزیابی فازی جدیدی برای مسئله زمانبندی امتحانات ایجاد شده است.

روش مطرح شده در اینجا بر روی جواب هایی پیاده سازی شده است که علاوه بر فاکتور هزینه مجاورتی (جریمه میانگین) فاکتور دیگری را هم در نظر می گیرد. در کنار جریمه میانگین^۲، بالاترین جریمه ای که در میان دانشجویان رخ داده است^۳ نیز در محاسبات در نظر گرفته شده است. ضمناً در اینجا، فاکتور دوم بعد از ایجاد جدول زمانبندی اعمال شده است. یعنی هیچ تلاشی در قرار دادن این فاکتور در فرآیند ایجاد جدول زمانبندی انجام نشده است. یک سیستم فازی با دو متغیر ورودی جریمه میانگین و بالاترین جریمه و یک متغیر خروجی کیفیت^۴ ایجاد شده است. هر یک از متغیر های ورودی با یکی از سه اصطلاح زبان شناسی^۵ همراه می شوند که عبارتند از : low ، medium و high . علاوه بر این سه اصطلاح زبان شناسی، متغیر خروجی شامل دو اصطلاح اضافی دیگری هم می شود که عبارتند از : very low و very high . این اصطلاحات در ساده ترین حالت ممکن که برای نمایش مسئله کافی بود، انتخاب شده است. از توابع گائوسین^۶ به فرم $e^{-(x-a)^2/\sigma^2}$ ، که c و a ثابت هستند، برای تعریف مجموعه فازی برای هر اصطلاح زبان شناسی استفاده شده است. توابع عضویت برای دو متغیر ورودی Average penalty و Highest penalty و خروجی Quality به ترتیب در شکل ۱ (a) تا (c) نشان داده شده اند. در این حالت که سیستم، دو متغیر ورودی با سه اصطلاح زبان شناسی دارد، ۹ حالت ممکن برای تعریف قواعد فازی وجود دارد به طوریکه هر متغیر ورودی با یک اصطلاح زبان شناسی همراه است. همانطوریکه می دانیم، با تعریف هزینه مجاورت، هدف کمینه کردن هزینه جریمه می باشد، یعنی هر چه میزان جریمه کمتر باشد، کیفیت جدول زمانبندی بهتر خواهد شد. همچنین می دانیم که هر چه بالاترین جریمه برای هر یک از دانشجویان، تا حد ممکن کمتر باشد، جدول زمانبندی عادلانه ای برای همه ی

Burke یک تابع ارزیابی جدیدی را توسعه داد که هدف از آن کمینه کردن تعداد دانشجویانی بود که مجبور بودند در یک روز در دو امتحان بنشینند. در کنار اینکه، نیاز به ایجاد یک جدول زمانبندی بدون تداخل داشت، همچنین نیاز به زمانبندی امتحانات در طول بیشینه تعداد بازه های زمانی داده شده داشت. برای هر روز هفته، سه بازه زمانی و برای روز شنبه یک بازه زمانی صبح وجود دارد. بیشینه ظرفیت برای هر بازه زمانی نیز تعیین شده است. Burke و Newall [12] تابع ارزیابی قبلی را با تعریف وزن های متفاوت برای دو امتحان متوالی در یک روز و دو امتحان در دو بازه زمانی در طول شب (یک بازه زمانی بعد از ظهر و یک بازه زمانی بعد از ظهر فردا) توسعه دادند. Petrovic [13]، روش های فازی را برای سنجش میزان ارضاء محدودیت های ترم متفاوت، بکار برده است. و چگونگی مدلسازی دو محدودیت نرم، محدودیت روی امتحان بزرگ^۱ و محدودیت روی امتحان های مجاور، را به شکل اصطلاحات زبان فازی و تعریف مجموعه قواعد مربوطه، را شرح داده است. آنها این دو معیار را برای ارزیابی کیفیت جدول زمانبندی استفاده کرده اند.

۳-۲- اشکالات توابع ارزیابی قبلی

طبق بخش قبلی، مقدار نهایی تابع جریمه هزینه مجاورت، تنها مقیاسی از جریمه میانگین برای هر دانشجو می باشد. اگر چه این تابع جریمه، به صورت گسترده توسط محققان زیادی برای مجموعه داده های محک استفاده شده است، در عمل، تنها در نظر گرفتن جریمه میانگین برای هر دانشجو، برای ارزیابی کیفیت جدول زمانبندی ایجاد شده کافی نیست. برای مثال، مقدار نهایی امتحانات همه دانشجویان را به صورت منصفانه توزیع نمی کند. برای مثال، زمانی که جدول زمانبندی منتج شده را می سنجم، این امکان وجود دارد که جدول زمانبندی تعداد کمی از دانشجویان طوری باشد که امتحاناتشان در بازه های زمانی مجاور زمانبندی شده باشد. این دانشجویان از جدول زمانبندی خود، خوشحال نخواهند شد، به خاطر اینکه، زمان کافی برای آماده شدن نخواهند داشت. در حالیکه بقیه دانشجویان از جدول زمانبندی امتحانات خوب، بهره مند خواهند شد.

مثال: دو حالت را در نظر می گیریم :

حالت ۱ : ۱۰۰ دانشجو وجود دارد که برای هر کدام ۱ هزینه ی جریمه داده شده است.

حالت ۲ : ۱۰۰ دانشجو وجود دارد، اما در این حالت به ۱۰ نفر دانشجو ۱۰ هزینه ی جریمه و به بقیه صفر داده شده است .

² average penalty

³ highest penalty

⁴ quality

⁵ linguistic term

⁶ Gaussian

¹ large exam

Rule 3: IF (average penalty is low) AND (highest penalty is high)

THEN (quality is medium)

Rule 4: IF (average penalty is medium) AND (highest penalty is low)

THEN (quality is high)

Rule 5: IF (average penalty is medium) AND (highest penalty is medium)

THEN (quality is medium)

Rule 6: IF (average penalty is medium) AND (highest penalty is high)

THEN (quality is low)

Rule 7: IF (average penalty is high) AND (highest penalty is low)

THEN (quality is medium)

Rule 8: IF (average penalty is high) AND (highest penalty is medium)

THEN (quality is low)

Rule 9: IF (average penalty is high) AND (highest penalty is high)

THEN (quality is very low)

شکل ۲. قواعد فازی برای سیستم ارزیابی فازی

مجموعه ای از ورودی های داده شده، استفاده شده است. از رایج ترین فرم غیر فازی سازی، یعنی روش غیر فازی سازی مرکز ثقل، برای بدست آوردن یک مقدار حقیقی برای هر متغیر خروجی استفاده شده است. که فرمول آن به شکل زیر می باشد:

$$\sum_i \frac{\mu(x_i) \cdot x_i}{\mu(x_i)}$$

یک عدد حقیقی که از خروجی حاصل می شود به عنوان کیفیت جدول زمانبندی در نظر گرفته می شود.

۳-۴- یک تابع ارزیابی جدید برای مسئله زمانبندی امتحانات

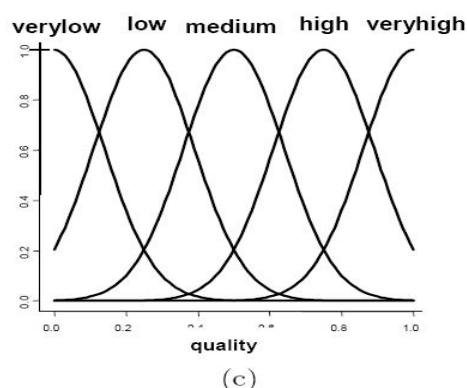
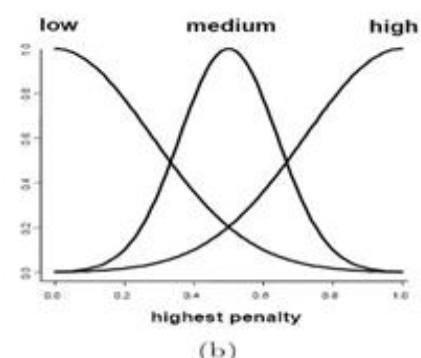
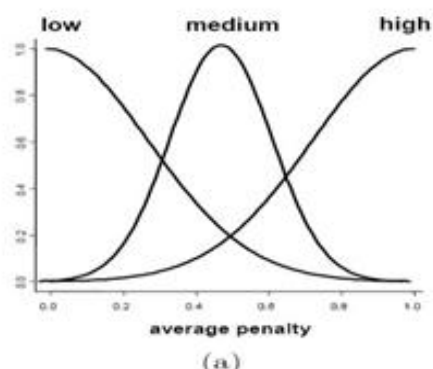
در مقاله ی Abdullah، Ayob و Ariff [10] یک تابع هدف جدیدی ارائه شده است. این تابع هدف بر خلاف تابع هدفی که در مقالات قبلی استفاده شده و فقط بازه های زمانی مجاور را در نظر گرفته اند، هر دو بازه های زمانی و روزهایی که هر امتحان در آن درج شده است را در محاسبات در نظر می گیرد و به صورت زیر می باشد :

Minimise $F =$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N c_{ij} \cdot \text{Penalty}(t_i, t_j)}{M}$$

$$\text{Penalty}(t_i, t_j) =$$

دانشجویان ایجاد می شود. بر اساس این دانش، یک مجموعه فازی شامل ۹ ترکیب ممکن تعریف شده است.



شکل ۱. توابع عضویت برای متغیر های ورودی و خروجی

هر مجموعه قاعده، متغیر های ورودی را به یک متغیر خروجی وصل می کند. مجموعه قواعد فازی در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطوری که قبلا گفته شده، از استاندارد فازی Mamdani برای بدست آوردن خروجی فازی برای

Rule 1: IF (average penalty is low) AND (highest penalty is low)

THEN (quality is very high)

Rule 2: IF (average penalty is low) AND (highest penalty is medium)

THEN (quality is high)

- [1] Carter, M.W. and Laporte, G. (1996). *Recent Development in Practical Examination Timetabling*. In Burke and Ross (1996), 3–21.
- [2] Burke, E.K., Elliman, D.G., Ford, P.H. and Weare, R.F. (1996a). *Examination Timetabling in British Universities - A Survey*. In Burke and Ross (1996), 76–90.
- [3] Schaerf, A. and Di Gaspero, L. (2001). *Local Search Techniques for Educational Timetabling Problems*. In L. Lenart, L. Stirn Zadnik and S. Drobne, eds., *Proceedings of the 6th International Symposium on Operational Research (SOR-01)*, Preddvor, Slovenia., 13–23.
- [4] Burke, E.K., Elliman, D.G. and Weare, R.F. (1994c). *A University Timetabling System Based on Graph Colouring and Constraint Manipulation*. *Journal of Research on Computing in Education*, 27, 1–18.
- [5] de Werra, D. (1985). *An Introduction to Timetabling*. *European Journal of Operational Research*, 19, 151–162.
- [6] Welsh, D.J.A. and Powell, M.B. (1967). *An Upper Bound for the Chromatic Number of a Graph and its Application to Timetabling Problems*. *The Computer Journal*, 10, 85–86.
- [7] Burke, E.K., Kingston, J. and de Werra, D. (2004b). *Applications to Timetabling*. In J. Yellen and J. Gross, eds., *Handbook of Graph Theory*, chap. 5.6, 445–474, Chapman Hall, CRC Press.
- [8] Cole, A.J. (1964). *The Preparation of Examination Time-tables using a Small-store Computer*. *The Computer Journal*, 7, 117–121.
- [9] Asmuni, H., Burke, E.K., Garibaldi, J.M. and McCollum, B. (2006). *A Novel Fuzzy Approach to Evaluate the Quality of Examination Timetabling*.
- [10] Masri Ayob, Salwani Abdullah and Ariff Md Ab Malik. (2007). *A Practical Examination Timetabling Problem at the Universiti Kebangsaan Malaysia*.
- [11] Broder, S. (1964). *Final Examination Scheduling*. *Communications of the ACM*, 7, 494–498.
- [12] E. K. Burke, J. P. Newall, and R. F. Weare. *A Memetic Algorithm for University Exam Timetabling*.
- [13] S. Petrovic, V. Patel, and Y. Yang. *University Timetabling With Fuzzy Constraints*.

$$\begin{cases} 2(5-\Delta t)(2-\Delta d) \cdot |\Delta d| \leq 2, |\Delta t| \leq 5 \\ 0 \end{cases} \quad \text{در غیر اینصورت}$$

هدف از تابع هدف جدید، کمینه کردن تعداد دانشجویانی است که دو امتحان در یک ردیف^۱ و در یک روز دارند، و پخش امتحانات در بازه های زمانی می باشد. در واقع، این فرمول جدید به اجتناب از اینکه دانشجویان، دو امتحان متوالی در یک روز داشته باشند، اهمیت بیشتری می دهد، نسبت به اینکه دانشجویان دو امتحان متوالی در روز های متفاوت داشته باشند. یعنی مقدار جریمه برای دانشجویانی که دو امتحان متوالی در یک روز دارند (۲۵۶ = جریمه) بیشتر است از مقدار جریمه برای دانشجویانی که دو امتحان متوالی در روز های متفاوت دارند (۱۶ = جریمه).

۴- نتیجه

در این مقاله به روش های مختلف فرموله سازی و ارزیابی جدول زمانبندی امتحانات پرداخته شده است. در یک سیر تکاملی هر کدام از روش هایی که ارائه شده اند، اشکالات روش های قبلی را بر طرف کرده اند و یا روش های قبلی را بهبود بخشیده اند. مدل رنگ آمیزی گراف برای حل مسئله زمانبندی امتحانات تنها محدودیت های سخت را در نظر می گیرد و نمی تواند محدودیت های نرم را بهبود بخشد و تنها برای ایجاد یک جدول زمانبندی امکان پذیر بکار می رود. و به همین دلیل این روش به تنهایی نمی تواند روش خوبی باشد و باید با ترکیب دیگر الگوریتم های بهینه سازی بکار برده شود. در این مقاله به روش های فازی برای حل مسئله زمانبندی امتحانات نیز پرداخته شده است و به توانایی استنتاج فازی برای حل این مسئله با در نظر گرفتن همزمان دو معیار در ارزیابی کیفیت جدول زمانبندی جدول زمانبندی امتحانات پرداخته شده است. در این اینجا تنها دو معیار در نظر گرفته شده ولی می توان برای کار های آتی از چندین معیار به صورت همزمان استفاده کرد. و همچنین می توان از تئوری فازی برای حل دیگر مسائل زمانبندی آموزشی مانند دروس دانشگاهی استفاده کرد. نتیجه می شود که با استفاده از ترکیب روش های ارائه شده در این مقاله، می توان برای پیاده سازی جدول زمانبندی امتحانات بهتر استفاده کرد.

۵- مراجع

¹ row