

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. اگر $f : (X, P) \rightarrow (Y, \sigma)$ کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر f پیوسته و یک به یک باشد، f همسانریختی است.

ب. هر طول باقی یک همسانریختی است.

ج. هر تابع طول را پیوسته است.

د. اگر f پیوسته و دارای معکوس پیوسته باشد f همسانریختی است.

۲. کدام گزینه نادرست است؟

الف. $f : C[a, b] \rightarrow R$ با ضابطه $f(\varphi) = \int_a^b \varphi(t) dt$ خطی است.

ب. اگر توابع $f : R^m \rightarrow R^n$ و $g : R^n \rightarrow R^p$ خطی باشند آنگاه $g \circ f$ خطی است.

ج. هر تابع خطی در هر نقطه از دامنه اش پیوسته است.

د. هر تابع خطی از R^n به R^m در هر نقطه از دامنه اش پیوسته است.

۳. تابع $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^p y}{x^p + y^p} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ در نقطه $(0, 0)$ در کدام جهت دارای مشتق سوئی است؟

الف. در هیچ جهتی

ب. در هر جهت بجز محور x ها

د. در هر جهت

ج. در هر جهت بجز نیمساز اول

۴. اگر $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$ آنگاه $Jf(x, y)$ کدام گزینه است؟

د. e^{-px}

ج. e^{-x}

ب. e^x

الف. e^{px}

۵. اگر $f : X \subseteq R^n \rightarrow R^n$ در نقطه درونی $c \in X$ مشتق پذیر و $\|f\| : X \rightarrow R$ با ضابطه $\|f\|x = \|f(x)\|$ تعریف

شود تحت چه شرایطی $\|f\|$ در نقطه c مشتق پذیر است

ب. $\|f(c)\| \neq 0$

الف. $\|f(c)\| = \|f\|$

د. $\|f\| \|c\| = \|f(c)\|$

ج. $\|f\| \|c\| = \|f\|$

۶. با در نظر گرفتن شرایط قضیه رتبه رفتار تابع پیوسته - مشتق پذیر f در نزدیکی نقطه x ، مشابه رفتار کدام تبدیل خطی است؟

د. $f'(x)$

ج. $f''(x)$

ب. $f \cdot f'(x)$

الف. $f''(x)$

نام درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/گروه درس: ریاضی ۱۱۱۰۴۶

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گزینه سوال: یک (۱)

استفاده از: --

مجاز است.

منبع: --

۷. کدام گزینه صحیح است؟

الف. هر تابع انقباض پیوسته است

ب. هر تابع پیوسته انقباضی است

ج. تابع $f(x) = x + \frac{1}{1+e^x}$ انقباضی است.

د. تابع $f(x) = x + \frac{1}{1+e^x}$ دارای نقطه ثابت است.

۸. کدام تابع در هیچ نقطه‌ای موضعاً وارون پذیر نیست؟

الف. $f(x, y) = (xe^x, xe^{-y})$

ب. $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$

ج. $f(x, y) = (x + y, \sin(x + y))$

د. $f(x, y) = (\cos x + \cos y, \sin x + \sin y)$

۹. اگر f متعلق به فضای عملگرهای خطی و کراندار روی فضای برداری X باشد آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

الف. $N(f)$ باز و $R(f)$ بسته است

ب. $N(f)$ و $R(f)$ هر دو بسته هستند.

ج. $N(f)$ بسته و $R(f)$ باز

د. $N(f)$ و $R(f)$ هر دو باز هستند.

۱۰. هرگاه α یک خم در R^n و نماینده‌ای به صورت ϕ در $[a, b]$ باشد در صورتیکه α طول پذیر باشد کدام گزاره نادرست است؟

الف. $\phi([a, b])$ زیر مجموعه‌ای کراندار از R^n است.

ب. مؤلفه‌های ϕ روی $[a, b]$ با تغییر کراندار است.

ج. تابع ϕ بر $[a, b]$ مشتق پذیر است

د. اگر ψ هم ارز ϕ باشد ψ نیز از ϕ طول پذیر است.

۱۱. هرگاه γ یک خم طول پذیر که دارای نقطه ابتدائی p و نقطه انتهائی q باشد در این صورت اگر طول γ را با \wedge نمایش دهیم آنگاه:

الف. $\wedge \leq \|p - q\|$

ب. $\wedge \geq \|q - p\|$

ج. $\wedge \leq \|q - p\|$

د. $\wedge = \|p - q\| = \|q - p\|$

۱۲. کدام گزاره نادرست است؟

الف. یک مجموعه کراندار در R^n دارای قدر است اگر مرز آن دارای قدر صفر باشد.

ب. یک مجموعه کراندار در R^n دارای مرزی با قدر صفر است اگر دارای قدر باشد.

ج. هر مجموعه بسته و کراندار در R^n دارای قدر صفر است.

د. اگر E یک بازه بسته بوده و مجموعه نقاط ناپیوستگی f بر E دارای قدر صفر باشد آنگاه f بر E انتگرال پذیر است.

۱۳. اگر f یک تابع باشد که بر مجموعه E از R^n انتگرال پذیر باشد کدام گزاره نادرست است؟

- الف. f بر هر زیرمجموعه E انتگرال پذیر است.
ب. f بر زیرمجموعه‌های دارای قدر E انتگرال پذیر است.
ج. اگر f بر زیرمجموعه X از E انتگرال پذیر باشد f بر $E - X$ نیز انتگرال پذیر است.
د. اگر $C(E) = 0$ و f کراندار باشد، $\int_E f$ برابر صفر است.

۱۴. اگر $A \subseteq R^n$ یک باره بسته و $f: A \rightarrow R$ کراندار و $\{x \text{ در } f \mid x \text{ ناپیوسته}\} = B$ آنگاه تابع f انتگرال پذیر است اگر و تنها اگر

- الف. B فشرده
ب. اندازه B صفر باشد
ج. B همبند
د. B کراندار

۱۵. کدام عبارت نادرست است؟

- الف. اگر A دارای تعداد متناهی عضو باشد اندازه آن برابر صفر است.
ب. اگر A فشرده و دارای اندازه صفر باشد لزوماً A دارای قدر صفر نیست.
ج. اگر $A \subseteq R^n$ دارای اندازه صفر و $B \subseteq A$ در این صورت B نیز دارای اندازه صفر است.
د. $X_C: A \rightarrow R$ انتگرال پذیر اگر و تنها اگر مرز C دارای قدر صفر باشد.

۱۶. فرم ω کامل است هرگاه

- الف. $d\omega = 0$
ب. $\exists f; d\omega = f$
ج. $\exists f; \omega = df$
د. $d^2\omega = 0$

۱۷. هرگاه M یک خمینه ۲-بعدی جهتدار در R^3 و n بردار نرمال واحد خارجی باشد کدام گزاره نادرست است؟

- الف. $dA = n^1 dy \wedge dz + n^2 dz \wedge dx + n^3 dx \wedge dy$
ب. $n^1 dA = dz \wedge dy$
ج. $n^2 dA = dz \wedge dx$
د. $n^3 dA = dx \wedge dy$

۱۸. اگر $w \in A^k(V)$ باشد آنگاه $Alt(w)$ کدام گزینه است؟

- الف. صفر
ب. $\frac{1}{k!} w$
ج. $k! w$
د. w

نام درس: آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/گروه درس: ریاضی ۱۱۱۰۴۶

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

منبع: --

مجاز است.

استفاده از: --

گد سری سوال: یک (۱)

۱۹. اگر v_1, v_2, \dots, v_n یک پایه برای فضای برداری $V, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ پایه دوگان آن $\varphi_i(v_j) = \delta_{ij}$ باشد، در این صورت بعد فضای $\tau^k(V)$ کدام گزینه است؟

الف. nk

ب. $(nk)!$

ج. n^k

د. k^n

۲۰. اگر $S \in \tau^k(V)$ و $T \in \tau^l(V)$ در اینصورت $Alt(S) = 0$ ، کدام گزینه است؟
الف. صفر ب. $Alt(S \otimes S)$ ج. $Alt(T \otimes T)$ د. $Alt(Alt(T \otimes S))$

سوالات تشریحی (بارم هر سوال تشریحی ۲ نمره)

۱. اگر $X \subseteq R^m$ ، $f: X \rightarrow R^n$ در نقطه $x_0 \in X$ مشتق پذیر باشد آنگاه ثابت کنید f در C پیوسته است.

۲. اگر Ω یک انقباض بر فضای متریک کامل (X, ρ) باشد آنگاه ثابت کنید معادله $\Omega(x) = x$ یک و تنها یک جواب دارد.

۳. بیشترین و کمترین مقدار $(y-z)(z-x)(x-y)$ را با قید $x^p + y^p + z^p = 2$ بدست آورید.

۴. اگر تابع $f: I \times J \rightarrow R$ پیوسته باشد آنگاه نشان دهید به ازای هر $y \in J$ ، $f(x, y)$ بر I انتگرال پذیر بوده و تابع $\phi: J \rightarrow R$ با ضابطه $\phi(y) = \int_I f(x, y) dx$ بر J پیوسته است.

۵. اگر C یک n -زنجیر در A باشد آنگاه نشان دهید: $\partial(\partial C) = 0$ ($A \subseteq R^n$)