

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۰۴۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱)

استفاده از: --

مجاز است.

منبع: --

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف. X و \emptyset در X بسته اند

ب. اشتراک هر تعداد دلخواه از مجموعه های بسته در X ، بسته است

ج. اجتماع هر تعداد متناهی از مجموعه های بسته در X ، بسته است

د. اجتماع هر تعداد دلخواه از مجموعه های بسته در X ، بسته است

۲. فرض کنید R_{II} توپولوژی حد بالایی در R باشد. کدام گزینه درست است؟

الف. زیر مجموعه A از R در این توپولوژی باز است اگر و فقط اگر به صورت اجتماعی از بازه های نیم باز به صورت $[a, b]$ باشد.

ب. زیر مجموعه A از R در این توپولوژی باز است اگر و فقط اگر به صورت اجتماعی از بازه های بسته به صورت $[a, b]$ باشد.

ج. زیر مجموعه A از R در این توپولوژی باز است اگر و فقط اگر به صورت اشتراکی از بازه های نیم باز به صورت $[a, b]$ باشد.

د. زیر مجموعه A از R در این توپولوژی باز است اگر و فقط اگر به صورت اشتراکی از بازه های بسته به صورت $[a, b]$ باشد.

۳. در یک فضای توپولوژیک X که $A \subseteq X$ ، کدام گزینه درست است؟

الف. $\partial(A) \subseteq A$

ب. $\partial(A) \subseteq \bar{A}$

ج. $X = A \cup \text{Ext}(A)$

د. $\text{Ext}(\emptyset) = \emptyset$

۴. فرض کنید (X, d) یک فضای متریک و Y زیر مجموعه غیر تهی X باشد. کدام گزینه درست است؟

الف. Y کامل است اگر و فقط اگر Y در فضای X بسته باشد.

ب. X کامل است اگر و فقط اگر Y کامل باشد.

ج. اگر Y در X بسته باشد، آنگاه Y کامل است

د. اگر فضای X کامل باشد، آنگاه Y کامل است اگر و فقط اگر Y در X بسته باشد

۵. فرض کنید Y, X دو فضای دلخواه و $f: X \rightarrow Y$ یک تابع پیوسته باشد. کدام گزینه درست است؟

الف. برای هر زیر مجموعه A از X داریم $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$

ب. برای هر زیر مجموعه B از Y داریم $f^{-1}(\bar{B}) \subseteq \overline{f^{-1}(B)}$

ج. برای هر زیر مجموعه A از X داریم $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$

د. برای هر زیر مجموعه B از Y داریم $f^{-1}[\text{Int}(B)] \subseteq \text{Int}[f^{-1}(B)]$

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۰۴۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: --

۶. فرض کنید X و Y دو فضا و $f: X \rightarrow Y$ یک تابع باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر فضای X گسسته باشد، آنگاه f هم باز و هم بسته است

ب. اگر فضای Y گسسته باشد، آنگاه f هم باز و هم بسته است

ج. اگر فضای X ناگسسته و f پوشا باشد، آنگاه f هم باز و هم بسته است

د. اگر فضای Y ناگسسته باشد، آنگاه f پیوسته است

۷. فرض کنید X و Y دو فضا و $f: X \rightarrow Y$ یک تناظر ۱-۱ و باز باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف. f بسته است

ب. f پیوسته است

ج. f^{-1} پیوسته است

د. $Y = f(X)$

۸. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک و \mathcal{C} یک رابطه هم ارزی در X باشد، کدام گزینه درست است؟

الف. اگر X و \emptyset تنها زیر مجموعه های اشباع شده باز باشند، آنگاه $\frac{X}{\sim}$ ناگسسته است

ب. اگر X و \emptyset تنها زیر مجموعه های اشباع شده باز باشند، آنگاه $\frac{X}{\sim}$ گسسته است

ج. اگر هر زیر مجموعه اشباع شده X باز باشد، آنگاه $\frac{X}{\sim}$ ناگسسته است

د. اگر هر دسته هم ارزی در X باز باشد، آنگاه $\frac{X}{\sim}$ ناگسسته است

۹. فرض کنید X یک مجموعه باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر X متناهی باشد، آنگاه X فشرده است

ب. اگر X فضای ناگسسته باشد، آنگاه X فشرده است

ج. اگر X فضای گسسته باشد، آنگاه X فشرده است

د. اگر X نامتناهی و توپولوژی X گسسته باشد، آنگاه X فشرده نیست

۱۰. زیر مجموعه $A = \left\{ \left(x, \frac{1}{x}\right) \mid 0 < x \leq 1 \right\}$ از R^p را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

الف. A کراندار است ولی بسته نیست

ب. A نه کراندار و نه بسته است

ج. A کراندار نیست ولی بسته است

د. A هم کراندار و هم بسته است

۱۱. کدام گزینه نادرست است؟

الف. هر فضای متری کلاً کراندار، کراندار است

ب. هر فضای متری فشرده، کراندار است

ج. هر فضای متری فشرده، کلاً کراندار است

د. هر فضای متری کراندار، کلاً کراندار است

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: --

۱۲. کدام گزینه درست نیست؟

- الف. هر فضای فشرده، موضعاً فشرده است
ب. هر فضای گسسته، موضعاً فشرده است
ج. هر فضای ناگسسته، موضعاً فشرده است
د. توپولوژی ملهم شما را در حالتی که مجموعه زمینه آن ناشمارا است، موضعاً فشرده است
۱۳. فرض کنید X یک فضای همبند باشد. کدام گزینه درست است؟

- الف. برای هر زیر مجموعه A از X داریم $\partial(A) \neq \emptyset$
ب. برای هر زیر مجموعه واقعی A از X داریم $\partial(A) \neq \emptyset$
ج. برای هر زیر مجموعه واقعی و غیر خالی A از X داریم $\partial(A) \neq \emptyset$
د. برای هر زیر مجموعه واقعی و غیر خالی A از X داریم $\partial(A) = \emptyset$
۱۴. کدام گزینه درست است؟

- الف. فضای Q به عنوان زیر فضای R همبند است
ب. فضای $R-Q$ به عنوان زیر فضای R همبند است
ج. فضای Z به عنوان زیر فضای R همبند است
د. فضای Q به عنوان زیر فضای R کلاً نا همبند است
۱۵. فرض کنید $X = \{a, b, c, d, e\}$ و $\tau = \{x, \emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e\}\}$ کدام گزینه نادرست است؟

- الف. X همبند است
ب. X نا همبند است
ج. $\{a\}$ و $\{b, c, d, e\}$ تنها مؤلفه های X اند.
د. $\{a\}$ و $\{b, c, d, e\}$ مؤلفه های بسته اند.

۱۶. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک باشد. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. اگر فضای X در دومین اصل شمارایی صدق کند آنگاه X در اولین اصل شمارایی صدق می کند
ب. اگر فضای X در اولین اصل شمارایی صدق کند آنگاه X در دومین اصل شمارایی صدق می کند
ج. اگر فضای X در دومین اصل شمارایی صدق کند آنگاه X تفکیک پذیر است
د. اگر فضای X شما را و X در اولین اصل شمارایی صدق کند، آنگاه X در دومین اصل شمارایی صدق می کند

۱۷. فرض کنید (X, τ) یک فضای T_1 باشد. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. $X \times X$ یک فضای T_1 است
ب. ΔX در فضای $X \times X$ بسته است
ج. هر مجموعه تک عضوی X ، بسته است
د. هر زیر مجموعه متناهی X ، بسته است
۱۸. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. هر فضای منظم که در دومین اصل شمارایی صدق کند، نرمال است
ب. هر فضای منظم و لیندولف نرمال است
ج. هر فضای ناگسسته X با حداقل دو عضو نرمال نیست
د. هر فضای گسسته نرمال است

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۰۴۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: --

۱۹. فرض کنید X یک فضا و D, C زیر مجموعه های همبندی از X باشند. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر $C \cap D = \emptyset$ ، آنگاه $C \cup D$ همبند است

ب. اگر $C \cap D \neq \emptyset$ ، آنگاه $C \cup D$ همبند است

ج. اگر $C \cap \bar{D} \neq \emptyset$ ، آنگاه $C \cup D$ همبند است

د. $C \times D$ همبند است

۲۰. کدام گزینه درست است؟

الف. در هر فضا، حد هر دنباله یکتا است

ب. در یک فضای هاوسدورف، حد هر دنباله یکتا است

ج. در یک فضای T_1 حد هر دنباله یکتا است

د. اگر در فضایی حد هر دنباله یکتا باشد آنگاه آن فضا حتماً هاوسدورف است

« سوالات تشریحی »

« بار هر سوال ۲ نمره »

۱. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک و $A \subseteq X$ ثابت کنید $X - A = \text{Int}(X - A)$

۲. فرض کنید X_1, X_2 دو فضای توپولوژیک باشند به طوری که E_1 در X_1 و E_2 در X_2 بسته است. ثابت کنید $E_1 \times E_2$ در $X_1 \times X_2$ بسته است.

۳. فرض کنید $f: X \rightarrow Y$ و $g: Y \rightarrow Z$ دو تابع باشند. ثابت کنید که هرگاه f تابعی باز و پوشا و $g \circ f: X \rightarrow Z$ پیوسته باشد آنگاه g پیوسته است. (X و Y و Z سه فضای توپولوژیک هستند)

۴. فرض کنید X یک فضای موضعاً فشرده و E مجموعه بسته ای در X باشد. ثابت کنید E موضعاً فشرده است.

۵. فرض کنید X یک فضای توپولوژیک و Y زیر مجموعه همبندی از X باشد. ثابت کنید \bar{Y} همبند است.