

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۸) - آمار (۱۱۱۱۰۸۷)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

کد سری سوال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. شرط لازم و کافی برای آن که $a = \sup A$ باشد $(a \in R)$ آن است که: a یک کران بالای A باشد و ...

ب. $\forall \varepsilon > 0, \forall x \in A; x < a - \varepsilon$

الف. $\exists \varepsilon > 0, \forall x \in A; x > a + \varepsilon$

د. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; x > a + \varepsilon$

ج. $\forall \varepsilon > 0, \exists x \in A; x > a - \varepsilon$

۲. کدام گزینه در خاصیت ارزشمندی اعداد زیاد است؟

ب. x و y دو عدد حقیقی اند و $x > y$

الف. x و y دو عدد حقیقی اند.

د. عدد طبیعی n وجود دارد که $nx > y$

ج. x و y دو عدد حقیقی اند و $x > 0$

۳. اگر $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ دنباله‌هایی کراندار از اعداد حقیقی باشند، اگر همواره $a_n \leq b_n$ ، آنگاه

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) \geq \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

د. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$

۴. حد پایین دنباله $\{(1 + \frac{1}{n})^n \cos n\pi\}$ کدام گزینه است؟

د. $-e$

ج. -1

ب. e

الف. 1

۵. حد بالای دنباله $a_n = \begin{cases} n & n \leq 10^1 \\ (-1)^n & n > 10^1 \end{cases}$ کدام گزینه است؟

د. $-n$

ج. n

ب. 1

الف. -1

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

نام درس: آنالیز ریاضی ۱
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۸) - آمار (۱۱۱۱۰۸۷)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

۶. سری توافقی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ به ازاء $\alpha > 1$ است.

- الف. کراندار نیست ولی همگراست.
ب. همگراست.
ج. واگراست.
د. کراندار و واگراست.

۷. کدام گزینه برای سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^{\rho}}$ درست است.

- الف. به ازاء $\rho > 1$ سری کراندار نمی باشد.
ب. به ازاء $\rho \leq 1$ سری کراندار می باشد.
ج. به ازاء $\rho > 1$ سری همگراست.
د. به ازاء $\rho \leq 1$ سری کراندار و واگراست.
۸. کدام یک از سریهای زیر واگراست؟

- الف. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$
ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$
ج. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\alpha}}{n!} (\alpha \in R)$
د. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[n^{\frac{1}{n}} - 1 \right]^n$

۹. در فضای متریک (M, d) کدام گزینه صحیح نیست؟

- الف. اجتماع هر خانواده متناهی از مجموعه های بسته، بسته است.
ب. اشتراک هر خانواده از مجموعه های باز، باز است.
ج. اجتماع هر خانواده متناهی از مجموعه های باز، باز است.
د. اشتراک هر خانواده متناهی از مجموعه های بسته، بسته است.

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۱-۳۸) - آمار (۱۱۱۱-۸۷)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

منبع: --

مجاز است.

استفاده از: --

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۰. کدام یک از گزینه‌ها نادرست است؟

الف. $\{x\}$ بسته است.

ب. $(0,1]$ فشرده نیست.

ج. زیر مجموعه‌های فضای متریک گسسته بسته و بازند.

د. $[0,1]$ در R باز است و هم بسته نیست.

۱۱. «در فضای متریک (A, d) ، اگر $C \subseteq A$ فشرده باشد آنگاه C بسته است.» چه شرط اضافی در نظریه‌گیرییم تا عکس مطلب بالا

برقرار باشد؟

ب. A همبند باشد.

الف. C کراندار باشد.

د. C' (تقاطع انباشتنی C) با تهی باشد.

ج. A فشرده باشد.

۱۲. در صورتی که A و B دو مجموعه همبند در یک فضای متریک باشند، کدام گزینه همواره صحیح است؟

ب. اگر $C \subseteq A$ آنگاه C همبند است.

الف. \bar{A} همبند است.

د. اگر $A \subseteq C \subseteq B$ آنگاه C همبند است.

ج. $A \cup B$ همبند است.

۱۳. کدام تابع در هیچ نقطه‌ای دارای حد نیست؟

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in \mathbb{Q} \\ \cos x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in \mathbb{Q} \\ 1-x & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{الف.}$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \notin \mathbb{Q} \\ m \sin \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} \quad (m, n = 1, n \in \mathbb{N}) \end{cases} \quad \text{د.}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Q} \\ 1 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases} \quad \text{ج.}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز ریاضی ۱
رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (۱۱۱۱-۳۸) - آمار (۱۱۱۱-۸۷)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. منبع: ---

۱۴. اگر تابع حقیقی f بر فضای متریک X باشد f^{-1} نیز پیوسته است.

- الف. کراندار - یک به یک و پوشا
ب. گسسته - پیوسته و پوشا
ج. فشرد - یک به یک و پیوسته
د. فشرد - پوشا و پیوسته

۱۵. قضیه نقطه ثابت در چه فضایی بیان می شود؟

- الف. فضای متریک
ب. فضای متریک کراندار کلی
ج. فضای متریک همبند.
د. فضای متریک کامل

۱۶. در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. f در تمام نقاط پیوسته است.
ب. f فقط در صفر پیوسته است.
ج. f در نقطه صفر ناپیوستگی نوع دوم دارد.
د. f در هیچ نقطه ای پیوسته نیست.

۱۷. اگر f بر (a, b) صعودی باشد آنگاه مجموعه نقاط ناپیوستگی f است.

- الف. نامتناهی
ب. ناشمارا
ج. متناهی یا ناشمارا
د. متناهی یا شمارا

۱۸. کدام گزینه در مورد تابع زیر صحیح است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^p}{x^p + y^q} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- الف. f بر R^p کراندار است.
ب. f در نقطه $(0, 0)$ پیوسته است.
ج. تحدید f بر R بی کران است.
د. f در نقطه $(0, 0)$ دارای حد است.

نام درس: آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۸) - آمار (۱۱۱۱۰۸۷)

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. --- منبع: ---

۱۹. تابع f را بر R با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \in Q \\ 0 & x \notin Q \end{cases}$ در نظر بگیرید. کدام گزینه برقرار است؟

الف. f در R پیوسته و مشتق پذیر است. ب. f در صفر پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.

ج. f در هیچ نقطه‌ای مشتق پذیر نیست. د. f فقط در صفر دارای مشتق است.

۲۰. در توابع برداری کدام گزینه صحیح است؟

الف. قضیه مقدار میانگین برقرار است.

ب. قضیه هوپیتال برقرار است.

ج. قضیه مقدار میانگین به صورت « فرض کنید تابع برداری f بر بازه $[a, b]$ پیوسته و بر بازه (a, b) مشتق پذیر

باشد آنگاه عددی مانند $c \in (a, b)$ وجود دارد بطوری که $\|f(b) - f(a)\| \geq (b-a)\|f'(c)\|$ » بیان می‌شود.

د. قضیه مقدار میانگین و قضیه هوپیتال برقرار نیست.

سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره

۱. هردنباله کراندار از اعداد حقیقی دارای زیر دنباله‌ای همگراست.

۲. نشان دهید که دنباله $\{(1 + \frac{1}{n})^n\}$ همگرا به e است و همچنین نشان دهید که e اصم است.

۳. قضیه هاینه بورل را بیان و اثبات کنید.

۴. فرض کنید تابع f از X به Y پیوسته است. اگر $E \subseteq X$ همبند باشد آنگاه ثابت کنید $f(E)$ همبند است.

۵. اگر f'' بر $[a, b]$ موجود و متناهی باشد و $f(a) = f'(a) = f(b) = f'(b) = 0$ ثابت کنید نقطه‌ای مانند c در

(a, b) وجود دارد به طوری که $f'''(c) = 0$