

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ..

مجاز است.

منبع: ..

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. کدام یک از اعمال زیر شرکت پذیر نیست؟

الف. عمل $*$ روی R با ضابطه $x * y = x + y - xy$

ب. عمل تفاضل متقارن روی $P(X)$

ج. عمل $*$ روی Z با ضابطه $x * y = 2(x + y)$

د. عمل ضرب ماتریس های 2×2

۲. Z تحت عمل $a * b = a + b - 1$ در کدام گزینه صدق می کند؟

الف. $*$ جابجایی نیست.

ب. $*$ شرکت پذیر نیست.

ج. عضو همانی ندارد.

د. $(Z, *)$ یک گروه است.

۳. جواب معادله $2 \oplus x \oplus 7 = 1$ در گروه (Z_{12}, \oplus) کدام است؟

الف. $x = 3$

ب. $x = 4$

ج. $x = 2$

۴. کدام گروه دوری است؟

الف. ۴ تایی کلاین

ب. (Z_5, \oplus)

ج. $(Q, +)$

د. (Q^+, \cdot)

۵. مرکز گروه $GL(2, R)$ برابر کدام گزینه است؟

الف. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix} \mid a, b \neq 0 \right\}$

ب. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$

ج. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$

د. $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix} \mid b \neq 0 \right\}$

۶. فرض کنید که $G = \langle x \rangle$ به طوری که $o(G) = 24$ و $H = \langle x^{10} \rangle$ ، آنگاه $o(H)$ کدام است؟

الف. 12

ب. 6

ج. 4

د. 36

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: .. مجاز است. منبع: ..

۷. رتبه ی (3,5) در گروه حاصل ضربی $Z_{35} \times Z_{80}$ برابر است با:

الف. 350 ب. 1600 ج. 2800 د. 560

۸. فرض کنید که $G = \langle a \rangle$ به طوری که $o(G) = 60$ است. تعداد مولدهای زیر گروه دوری $H = \langle a^{16} \rangle$ برابر است با:

الف. 5 ب. 7 ج. 8 د. 6

۹. برای جایگشت‌های $f = (1,2,3)$ و $g = (2,3)$ در S_3 ، جایگشت gf^2 برابر است با:

الف. (1,2) ب. (1,3) ج. (2,3) د. (1,3,2)

۱۰. فرض کنید که H زیر گروه G باشد، کدام گزینه درست است؟

الف. به ازای هر $x \in G$ ، همواره $xH = Hx$. ب. به ازای هر $x \in H$ ، همواره $Hx = H$.

ج. به ازای هر $x \in G$ ، همواره $xH = H$. د. به ازای هر $x \in G$ ، همواره $xHx = H$.

۱۱. اگر $G = Z_{40}$ و $H = \langle 6 \rangle$ باشد، آنگاه $[G:H]$ برابر کدام گزینه است؟

الف. 20 ب. 10 ج. 5 د. 4

۱۲. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر G آبلی باشد، آنگاه $G = Z(G)$. ب. اگر $G \triangleleft K$ و G/K آبلی باشد، آنگاه G آبلی است.

ج. G/G' آبلی است. د. $G' \triangleleft G$.

۱۳. اگر $\varphi: G \rightarrow H$ یک همسانی گروه‌ها باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

الف. $\varphi(e_G) = e_H$. ب. به ازای هر $x \in G$ و هر $n \in \mathbb{Z}$ ، $\varphi(x^n) = (\varphi(x))^n$.

ج. اگر $o(x) = n$ باشد، آنگاه $o(\varphi(x)) = n$. د. $\ker(\varphi) \triangleleft G$.

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

منبع: ..

مجاز است.

استفاده از: ..

گد سری سوال: یک (۱)

۱۴. فرض کنید که $\varphi: G \rightarrow K$ یک همسانی گروه ها باشد، کدام گزینه نادرست است؟

الف. φ یک به یک است اگر و فقط اگر $\ker \varphi = \langle e_G \rangle$.

ب. اگر φ پوشا باشد و J زیر گروهی از K باشد، آنگاه $\varphi(\varphi^{-1}(J)) = J$.

ج. $\frac{G}{\ker \varphi} \cong \varphi(G)$.

د. اگر G دوری باشد، آنگاه K نیز دوری است.

۱۵. حلقه ی Z_8 چند عضو پوچتوان دارد؟

الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

۱۶. اگر I و J ایده آل های حلقه ی R باشند، کدام گزینه لزوماً ایده آل R نیست؟

الف. $I \cap J$ ب. $I + J$ ج. $I \cup J$ د. IJ

۱۷. کدام گزینه درست نیست؟

الف. برای هر عدد اول $p \in Z$ ، Z/pZ یک قلمرو صحیح است.

ب. $2Z/4Z$ یک میدان است.

ج. هر زیر گروه Z ، یک ایده آل Z می باشد.

د. برای هر عدد اول $p \in Z$ ، pZ یک ایده آل ماکسیمال Z است.

۱۸. کدام گزینه درست است؟

الف. $Z_2 \times Z_2 \cong Z_4$ ب. $Z_2 \times Z_2 \cong Z_2 + Z_2$

ج. $Z_3 \times Z_2 \cong Z_6$ د. $Z_3 \times Z_5 \cong Z$

۱۹. حلقه ی $(Z_9, +, \otimes)$ دارای چند عضو یکه است؟

الف. ۶ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

نام درس: جبر ۱

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

منبع: ..

مجاز است.

استفاده از: ..

گد سری سوال: یک (۱)

۲۰. کدام یک از نگاشت‌های زیر همسانی حلقه است؟

الف. $\varphi: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z, +, \cdot)$ با ضابطه ی $\varphi(x) = 2x$.

ب. $\varphi: (Z_8, \oplus) \rightarrow (Z_8, \oplus)$ با ضابطه ی: باقیمانده x با کالبد $\varphi(x) = 4$.

ج. $\varphi: R \rightarrow R \oplus R$ با ضابطه ی $\varphi(r) = (r, 1)$.

د. $\varphi: R \rightarrow R$ و $R = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in Z\}$ با ضابطه ی $\varphi(a + b\sqrt{2}) = 2a - 3b\sqrt{2}$.

سوالات تشریحی

(بارم هر سوال ۲ نمره می باشد.)

۱. زیر گروه های (Z_{18}, \oplus) را تعیین کنید و شبکه ی زیر گروه های آن را رسم کنید.

۲. ثابت کنید که اگر $\frac{G}{Z(G)}$ دوری باشد، G آبدلی است.

۳. فرض کنید که H و K زیر گروه های G و $K \triangleleft G$ باشد، ثابت کنید که: $\frac{H}{H \cap K} \cong \frac{HK}{K}$.

۴. ثابت کنید که در یک حلقه ی تعویض پذیر با عنصر یکه R ، ایده آل I اول است اگر و فقط اگر $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح باشد.

۵. فرض کنید که I و J ایده آل های حلقه R باشند به طوری که $I + J = R$ و $I \cap J = \{0\}$ ، ثابت کنید که: $\frac{R}{I} \cong \frac{R}{J}$ است.