

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی / گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. کدامیک تعریف ماتریس پایین هسنبرگی است؟

الف. $a_{ij} = 0$ برای $j > i + 1$

ب. $a_{ij} = 0$ برای $i > j + 1$

ج. $a_{ij} = 0$ برای $|i - j| > 1$

د. $a_{ij} = 0$ برای $i + j > 1$

۲. اگر $tr(X)$ نشان دهنده اثر ماتریس X باشد، کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

الف. $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$

ب. $tr(\lambda A) = \frac{1}{\lambda} tr(A)$

ج. $tr(A) = tr(A^{-1})$

د. $tr(I_n) = 1$

۳. کدامیک از ماتریسهای زیر ماتریس جایگشت است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

ج.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ب.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف.

۴. کدامیک از ماتریسهای زیر هرمیتی است؟

$$\begin{bmatrix} 2+i & 1+i \\ 1-i & 2-i \end{bmatrix}$$

د.

$$\begin{bmatrix} i & -1 \\ 2 & -i \end{bmatrix}$$

ج.

$$\begin{bmatrix} 5 & 3+i \\ 3-i & 2 \end{bmatrix}$$

ب.

$$\begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

الف.

۵. وارون ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & \frac{-3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ب.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-5}{2} & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

د.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

الف.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & -5 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ج.

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گرایش: علوم کامپیوتر (۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۰۷۵)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۶. کدامیک از ماتریسهای زیر ممکن است منفرد باشد؟
الف. یک ماتریس اکیداً قطر غالب
ب. یک ماتریس معین مثبت
ج. یک ماتریس جایگشت
د. یک ماتریس متعامد
۷. کدامیک از اعمال زیر ممکن است جواب دستگاه معادلات خطی را تغییر دهد؟
الف. ضرب کردن یک معادله در یک عدد نا صفر
ب. جابجا کردن دو معادله
ج. افزودن مضرب از یک معادله به معادله دیگر
د. ضرب کردن دو معادله در یکدیگر

۸. اگر λ_i ها مقادیر ویژه A باشند، آنگاه شعاع طیفی ماتریس A کدام است؟

الف. $\rho(A) = \min_{1 \leq i \leq n} \lambda_i$ ب. $\rho(A) = \max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i|$

ج. $\rho(A) = \prod_{i=1}^n \lambda_i$ د. $\rho(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$

۹. برای بردار $X = (2 \ 4 \ -1)$ مقدار $\|X\|_3$ کدام است؟

الف. $\sqrt[3]{73}$ ب. $\sqrt[3]{21}$ ج. $\sqrt[3]{2}$ د. $\sqrt[3]{4}$

۱۰. نرم اقلیدسی ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. ۳ ب. ۳ ج. $\sqrt{6}$ د. صفر

۱۱. کدامیک از گزاره های زیر درست است؟

- الف. عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن ناصفرند.
ب. برای هر ماتریس A داریم: $tr(AA^T) > 0$.
ج. برای هر ماتریس A ، AA^T پادمتقارن است.
د. اگر A متقارن و $tr(A^2) = 0$ آنگاه $A = 0$.

۱۲. در رابطه با عدد شرطی A کدام رابطه همواره برقرار است؟

الف. $C(A) \leq 1$ ب. $C(A) \geq 1$ ج. $C(A) \geq rank(A)$ د. $C(A) \leq \|A\|$

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۰۷۵)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۱۳. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 10X_1 - 2X_2 - X_3 = 3 \\ -X_1 + 5X_2 - X_3 = 6 \\ -X_1 - X_2 + 2X_3 = 3 \end{cases}$$

اگر قرار دهیم $X^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ آنگاه مقدار $X^{(p)}$ با استفاده از روش ژاکوبی کدام است؟

- الف. $\begin{pmatrix} 1/5 \\ 0/3 \\ 0/4 \end{pmatrix}$ ب. $\begin{pmatrix} 2/25 \\ 1/56 \\ 0/69 \end{pmatrix}$ ج. $\begin{pmatrix} 3/01 \\ 2/21 \\ 0/75 \end{pmatrix}$ د. $\begin{pmatrix} 1/96 \\ 1/27 \\ 0/42 \end{pmatrix}$

۱۴. تحت چه شرایطی دنباله حاصل از روش SOR برای هر انتخاب $X^{(0)}$ به جواب دستگاه $AX = b$ همگرا خواهد بود؟

- الف. برای هر ماتریس دلخواه A و هر مقدار دلخواه w .
ب. برای ماتریس اکیداً قطر غالب A و هر مقدار دلخواه w .
ج. برای ماتریس معین مثبت A و $0 < w < 2$.
د. برای ماتریس وارون پذیر A و $w < 1$.

۱۵. اگر A یک ماتریس معین مثبت سه قطری و B_g, B_j به ترتیب ماتریسهای تکراری روشهای ژاکوبی و گوس-سایدل باشند، بهترین انتخاب w برای روش SOR کدام است؟

- الف. $\frac{2}{1 - \sqrt{1 + \rho(B_g)}}$ ب. $\frac{2}{1 + \sqrt{1 - \rho(B_g)}}$
ج. $\frac{1}{2 - \sqrt{1 + (\rho(B_j))^2}}$ د. $\frac{1}{2 + \sqrt{1 - (\rho(B_j))^2}}$

۱۶. اگر λ_i ها مقادیر ویژه A باشند، کدام رابطه صحیح است؟

- الف. $tr(A) = \sum \lambda_i$ ب. $tr(A) = \prod \lambda_i$ ج. $\det(A) = \sum (1 - \lambda_i)$ د. $\det(A) = 1 - \prod \lambda_i$

۱۷. کدام گزاره در مورد مقادیر ویژه یک ماتریس معین مثبت، درست است؟

- الف. مقادیر ویژه همواره ± 1 هستند.
ب. مختلط محض هستند.
ج. همواره حقیقی و مثبتند.
د. مقادیر ویژه قرینه دارد.

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گروه درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۱۰۷۵)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۱۸. برای ماتریس متقارن $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ کدامیک $\rho(A)$ است؟

- الف. ۱ ب. ۵ ج. ۳ د. ۶

۱۹. در روش ویلکینسون از لحاظ تئوری، حداکثر سرعت همگرایی روش توانی برای $A - pI$ زمانی حاصل می‌شود که:

- الف. $p = \lambda_1$ ب. $p = \lambda_n$ ج. $p = \lambda_1 + \lambda_n$ د. $p = \frac{\lambda_1 + \lambda_n}{2}$

۲۰. کدام تقریب برای $\frac{\partial u}{\partial x}$ دارای خطای برشی از مرتبه h^2 است؟

- الف. $\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}$ ب. $\frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}$ ج. $\frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}$ د. $\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2h}$

سوالات تشریحی:

«بارم هر سؤال ۲ نمره»

۱. نشان دهید هرگاه A یک ماتریس حقیقی $n \times n$ باشد، آنگاه $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$.

۲. چند جمله‌ای مشخصه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ را به روش لوریبر بیابید.

۳. ثابت کنید اگر A اکیداً قطر غالب باشد، نامنفرد است.

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۹۰۰۴) - ریاضی (۱۱۱۰۷۵)
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: ..

۴. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

ابتدا ماتریس ضرایب را به روش تجزیه کروت به حاصلضرب LU تجزیه کنید و سپس دستگاه را حل کنید.

۵. مقدار ویژه غالب ماتریس زیر را به روش توانی بیابید (روش توانی را تا سه تکرار ادامه دهید).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$$