

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گد درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: --

پیامبر اعظم (ص): روزه سیر آتش جهنم است.

۱. به چند طریق متفاوت از حروف PEPPER می توان کلمه ساخت؟

الف. ۷۲۰ ب. ۶۰ ج. ۴۵۰ د. ۹۰

۲. نقطه ای به تصادف در داخل دایره ای به شعاع R انتخاب می شود پیشامد این که نقطه به محیط دایره نزدیکتر از مرکز دایره باشد کدام است؟ (X فاصله نقطه تا مرکز دایره باشد).

الف. $\{x | 0 < x < R\}$ ب. $\{x | x > \frac{R}{2}\}$

ج. $\{x | x > R\}$ د. $\{x | \frac{R}{2} < x < R\}$

۳. ۵ توپ را به تصادف از ظرفی که ۵ توپ قرمز، ۶ توپ سفید، ۷ توپ آبی دارد به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که حداقل یک توپ از هر رنگی انتخاب شود چقدر است؟

الف. $0/43$ ب. $0/69$ ج. $0/26$ د. $0/19$

۴. فرض کنید متغیر تصادفی X برابر تعداد ضربه هایی باشد که یک بازیکن بیسبال در ۳ بازی بعدی خود می زند. اگر $P(X=0)=3P(X=3)$, $P(X=1)=0/3$, $P(X=2)=0/2$ باشد در این صورت $E(X)$ کدام است؟

الف. $1/705$ ب. $1/075$ ج. $2/051$ د. $1/84$

۵. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشد آنگاه کدام عبارت درست است؟

الف. $P(A \cap B) \leq \max[P(A), P(B)]$ ب. $P(A \cap B) > \min[P(A), P(B)]$

ج. $P(A \cap B) = \min[P(A), P(B)]$ د. $P(A \cap B) \leq \min[P(A), P(B)]$

۶. متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x=1, 2, \dots$ است امید ریاضی X کدام است؟

الف. ۱ ب. $\frac{1}{2}$ ج. ۲ د. $\frac{3}{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گروه درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

گزینه‌های سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

مفروض است. میانگین

| | | | | | |
|---------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $X = x$ | -۱ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ |
| $f(x)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ |

۷. متغیر تصادفی X با توزیع احتمال

متغیر X^2 کدام است؟

- الف. $\frac{17}{3}$ ب. $\frac{19}{12}$ ج. $\frac{7}{4}$ د. ۱

۸. اگر متغیر تصادفی X گسسته باشد آنگاه تابع توزیع $F_X(x)$ کدام است؟

- الف. $\sum_{t < x} f(t)$ ب. $\sum_{t > x} f(t)$ ج. $\sum_{t \leq x} f(t)$ د. $\sum_{t \geq x} f(t)$

۹. اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 باشد آنگاه $P(|X| \leq 2\sigma)$ کدام است؟

- الف. $0/9544$ ب. $0/7512$ ج. $0/6213$ د. $0/9772$

۱۰. به ازای چه مقداری از k تابع زیر یک تابع چگالی احتمال است؟

$$f(x) = \begin{cases} kx^x & 0 < x < 2 \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}$$

- الف. $\frac{5}{32}$ ب. $\frac{32}{5}$ ج. ۱ د. $\frac{27}{5}$

۱۱. تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ کدام است؟

- الف. $e^{\mu t - \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$ ب. $e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$ ج. $e^{\frac{1}{2}\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$ د. $e^{-\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گد درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۱۲. تابع چگالی $f_{x,y}(x,y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$ ، توزیع حاشیه ای X کدام است؟

الف. $\begin{cases} 2x & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$
ب. $\begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$

ج. $\begin{cases} 2 & x < y \leq 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$
د. $\begin{cases} 2(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$

۱۳. اگر توزیع X به صورت

| | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| $X=x$ | -1 | 0 | 1 |
| $P(x)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

الف. هندسی ب. پواسن ج. برنولی د. نرمال استاندارد

۱۴. توزیع احتمال X و Y به صورت

$f(x,y) = \begin{cases} k(x+y) & x=0,1,2 \\ & y=1,2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$

مقدار k کدام است؟

الف. ۱۵ ب. $\frac{1}{15}$ ج. ۶ د. $\frac{1}{6}$

۱۵. برای زوج (X,Y) با تابع احتمال توأم $f(x,y)$ ، مقدار $E[E(\varphi(X)|Y=y)]$ کدام است؟ $\varphi(X)$ تابعی از X است

الف. $E(X)$ ب. $E(Y)$ ج. $E[\varphi(Y)]$ د. $E[\varphi(X)]$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گروه درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

توزیع حاشیه‌ای Y کدام است؟

| $X \backslash Y$ | ۱ | ۲ | ۳ |
|------------------|---------------|---------------|---------------|
| -۱ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |
| ۰ | $\frac{1}{8}$ | ۰ | $\frac{1}{8}$ |

۱۶. در توزیع احتمال توأم

| $Y = y$ | -۱ | ۰ |
|---------|---------------|---------------|
| $f(y)$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ |

| $Y = y$ | ۱ | ۲ | ۳ |
|---------|---------------|---------------|---------------|
| $f(y)$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{2}{8}$ |

الف.

| $Y = y$ | -۱ | ۰ |
|---------|---------------|---------------|
| $f(y)$ | $\frac{6}{8}$ | $\frac{2}{8}$ |

د.

| $Y = y$ | ۰ | ۱ |
|---------|---------------|---------------|
| $f(y)$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{6}{8}$ |

ج.

۱۷. اگر a_i ها اعداد ثابتی باشند آنگاه $\text{var}(\sum_{i=1}^n a_i X_i)$ کدام است؟

الف. $\sum_{i=1}^n a_i^2 \text{var}(X_i)$

ب. $\sum_{i=1}^n a_i^2 \text{var}(X_i) + 2 \sum_{i=1}^n a_i \text{cov}(X_i, X_i)$

ج. $\sum_{i=1}^n a_i^2 \text{var}(X_i) + \sum_{i < j} \sum a_i a_j \text{cov}(X_i, X_j)$

د. $\sum_{i=1}^n a_i^2 \text{var}(X_i) + 2 \sum_{i < j} \sum a_i a_j \text{cov}(X_i, X_j)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گد درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منع: --

۱۸. لم کرونگر بیان می کند که اگر a_1 و a_m و ... اعداد حقیقی باشند و $\sum_{i=1}^n \frac{a_i}{i} < \infty$ باشد آنگاه:

ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{n} = 1$

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n a_i = \infty$

د. $\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{n} = 0$

ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{n} = 0$

۱۹. برای متغیر تصادفی Z تابع مولد گشتاور $Y = aZ + b$ کدام است؟

ب. $e^b \cdot M_Z(bt)$

الف. $e^b \cdot M_Z(at)$

د. $e^{bt} \cdot M_Z(at)$

ج. $e^{at} \cdot M_Z(bt)$

۲۰. احتمال اینکه شخصی شایعه ای را باور کند $1/4$ است. احتمال اینکه ششمین شخصی که این شایعه را باور می شنود دومین شخصی باشد که آن را باور می کند؟

د. $0/6335$

ج. $0/7217$

ب. $0/09216$

الف. $0/1037$

سوالات تشریحی

۱. قضیه چبیشف را به طور کامل بیان کنید. (۱ نمره)

۲. برای یک متغیر تصادفی گسسته X که مقادیر صحیح نامنفی اختیار کند تابع $A(t)$ به صورت زیر است. (۱/۵ نمره)

$$A(t) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4}t + \frac{t^2}{4} + \frac{t^3}{8}$$

مدل احتمال X ، $E(X)$ ، $var(X)$ و $P(X < E(X))$ را بیابید.

۳. تابع توزیع متغیر تصادفی X به صورت زیر است: (۱/۵ نمره)

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

الف. نمودار این تابع توزیع را رسم کنید.

ب. میانه X را بیابید.

ج. تابع چگالی X را بیابید.

د. $E(X)$ را محاسبه کنید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: احتمال و کاربرد آن
رشته تحصیلی/گروه درس: آمار و آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۲۶)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منع: --

۴. از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, 4\}$ عدد X را به تصادف انتخاب کنید حال از زیر مجموعه‌ای از مجموعه بالا که اعضای آن از $X = x$ بزرگتر نیستند عددی به تصادف انتخاب و آنرا Y بنامید، توزیع شرطی X را با شرط $Y = y$ برای جميع مقادیر ممکن y بیابید. (۲ نمره)

۵. قانون ضعیف اعداد بزرگ و قانون قوی اعداد بزرگ را به طور کامل شرح دهید. (۱ نمره)

www.Sanjesh3.com