

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
رشته تحصیلی/گد درس: آمار، آمار ریاضی: (۱۱۱۷۰۲۹)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. اگر A_1, A_2, \dots, A_n دنباله‌ای از پیشامدها باشند با چه شرطی روی این پیشامدها $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i)$:

الف. نزولی باشند

ب. صعودی باشند

ج. دوبدو ناسازگار و نزولی باشند

د. دوبدو ناسازگار و صعودی باشند
۲. عددی به تصادف از فاصله $(0, 1)$ انتخاب می‌کنیم اگر این عدد برابر X باشد سکه‌ای را که احتمال آمدن شیر با آن X است، n بار می‌اندازیم. امید ریاضی تعداد شیرها کدام است؟

الف. $\frac{n}{2}$

ب. n^2

ج. $\frac{x}{n}$

د. $\frac{n+1}{2}$

۳. اگر X دارای توزیع نمایی با واریانس $\frac{1}{4}$ باشد مقدار $\int_0^{\infty} P(X > x) dx$ برابر کدام است؟

الف. $\frac{1}{4}$

ب. $\frac{1}{2}$

ج. $\frac{1}{4}$

د. $\frac{1}{2}$

۴. فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت بر $(0, \alpha)$ است و اگر $X = x$ آنگاه Y بر $(0, x)$ دارای توزیع یکنواخت باشد. در این صورت $E(Y)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2}$

ب. $\frac{1}{4}$

ج. $\frac{\alpha}{4}$

د. $\frac{\alpha}{2}$

۵. تابع مولد احتمال توزیع پواسن با پارامتر λ کدام است؟

الف. $e^{\lambda e^s}$

ب. $e^{\lambda(s-1)}$

ج. $e^{\lambda(1-s)}$

د. $e^{\lambda(e^s-1)}$

۶. اگر $\{N(t); t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن با پارامتر $\lambda = 1$ باشد مقدار $P(N(6) - N(4) = 2)$ کدام است؟

الف. $2e^{-2}$

ب. $4e^{-2}$

ج. $2e^{-4}$

د. $4e^{-4}$

۷. در فرآیند حرکت براونی با پارامتر $\sigma^2 = 4$ مقدار $E(X_{(3)}; X_{(1)})$ کدام است؟

الف. 4

ب. 2

ج. 8

د. 6

۸. اگر در یک زنجیر، $P = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ و فضای حالت $h = \{0, 1\}$ باشد، مقدار $P(X_2 = 1 | X_0 = 0)$ کدام است؟

الف. $\frac{3}{8}$

ب. $\frac{5}{8}$

ج. $\frac{7}{18}$

د. $\frac{5}{18}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
رشته تحصیلی/گروه درس: آمار، آمار ریاضی: (۱۱۱۷۰۲۹)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: ---

۹. در سؤال شماره (۸) مقدار $f_{01}^{(2)}$ کدام است؟

- الف. $\frac{5}{18}$ ب. $\frac{4}{9}$ ج. $\frac{3}{9}$ د. $\frac{2}{9}$

۱۰. در سؤال شماره (۸) اگر توزیع آغازین یکنواخت باشد مقدار $P(X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 1)$ کدام است؟

- الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{1}{4}$ ج. $\frac{1}{6}$ د. $\frac{1}{12}$

۱۱. در زنجیر تعدیل یافته ارفست با P_{21} مقدار P_{11} کدام است؟

- الف. $\frac{1}{2}$ ب. $\frac{1}{3}$ ج. $\frac{1}{4}$ د. $\frac{1}{6}$

۱۲. در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با فرض $P = \frac{2}{3}$ مقدار $\sum_{t \in E} P_{0t}^{(2)} P_{t0}^{(2)}$ کدام است؟

- الف. $\frac{4}{27}$ ب. $\frac{8}{27}$ ج. $\frac{4}{9}$ د. $\frac{8}{9}$

۱۳. در سؤال شماره ۸ اگر $\Pi_0 = (\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$ مقدار $\Pi_n(0)$ کدام است؟

- الف. $\frac{1}{5}$ ب. $\frac{2}{5}$ ج. $\frac{3}{5}$ د. $\frac{4}{5}$

۱۴. در زنجیر قدم زدن تصادفی با فرض $P = \frac{2}{3}$ متوسط تعداد دفعات برخورد به صفر در صورتیکه $X_0 = 0$ برابر کدام است؟

- الف. ۳ ب. ۱ ج. ۲ د. ۴

۱۵. اگر X یک حالت بازگشتی باشد مقدار $P_X(N(X) = \infty)$ برابر است با:

- الف. کوچکتر از ۱ ب. یک ج. صفر د. به X بستگی دارد.

۱۶. اگر X یک حالت گذرا باشد کدام درست است؟

- الف. $\sum_n P_{xx}^{(n)} < \infty$ ب. $\sum_x P_{xx}^{(n)} = 1$
ج. $\sum_x P_{xx}^{(n)} < 1$ د. $\sum_n P_{xx}^{(n)} < 1$

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی: (۱۱۱۷۰۲۹)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

۱۷. در زنجیر مارکف با فضای حالت $E = \{1, 2, 3\}$ و ماتریس احتمال انتقال

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & 2 & \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

مقدار $P_1(T_A = 2)$ با فرض

د. $\frac{2}{9}$

ج. $\frac{1}{4}$

ب. $\frac{1}{3}$

الف. $\frac{1}{2}$

۱۸. در سؤال شماره (۱۷) کدام مجموعه بازگشتی است؟

د. همه حالتها بازگشتی اند

ج. $\{1, 2\}$

ب. $\{1, 3\}$

الف. $\{2, 3\}$

۱۹. در یک فرآیند شاخه‌ای توزیع تعداد نوزادان

X	۰	۱	۲
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

است. احتمال انقراض کدام است؟

د. $\frac{1}{2}$

ب. $\frac{1}{3}$

الف. $\frac{1}{4}$

۲۰. در فرآیند زاد و مرگ $Q_{x, x+1}$ کدام است؟

ب. $\frac{M_x}{\lambda_x + M_x}$

الف. $\frac{\lambda_x}{\lambda_x + M_x}$

د. $\frac{-q_{xx}}{M_x + \lambda_x}$

ج. $\frac{q_{xx}}{M_x + \lambda_x}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱
رشته تحصیلی/گروه درس: آمار، آمار ریاضی: (۱۱۱۷۰۲۹)

گلد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: --

سوالات تشریحی

۱. تابع مولد احتمالات توزیع هندسی را تعیین و از روی آن $E(X)$ و σ_X^2 را محاسبه کنید. (۲ نمره)

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

مفروض است. اگر

۲. زنجیر مارکوف با فضای حالت $E = \{0, 1, 2, 3\}$ و ماتریس احتمالات انتقال

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

باشد تعیین کنید: (۲ نمره)

الف. توزیع X_1

ب. $P(X_2 = 1 | X_0 = 1)$

ج. $P(X_0 = 1 | X_1 = 1)$

۳. در سؤال شماره ۲ دسته‌های بازگشتی و گذرا را تعیین و احتمالات جذب را معلوم کنید. (۱ نمره)

۴. زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با احتمالات انتقال

$$P_{xy} = \begin{cases} \frac{2}{3} & y = x + 1 \\ \frac{1}{3} & y = 0 \end{cases}$$

مفروض است نشان دهید:

الف. زنجیر تحویلناپذیر و بازگشتی است.

ب. زنجیر دارای توزیع مانا است. توزیع مانا را تعیین کنید. (۲ نمره)

۵. پارامترهای بینهایت کوچک در فرآیند پواسن با پارامتر $\lambda = 2$ را بدست آورید. (۱ نمره)