

کد کنترل

308

F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود»
امام خمینی (ره)

رشته مهندسی مکانیک - دینامیک، کنترل و ارتعاشات
(کد ۲۳۲۳)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال ها و زمان پاسخ گویی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - دینامیک پیشرفته - ارتعاشات پیشرفته - کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵	۱۵۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

جن چاپ، تکثیر و انتشار سؤال ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می شود.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤال ها، نوع و کد کنترل درج شده
بر روی دفترچه سؤال ها و پایین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

۱- اگر $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ ، آنگاه بسط لوران f در حوزه $|z| > 2$ حول مبدأ مختصات کدام است؟

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{z^{n+1}} \quad (1) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{z^{n+1}}\right) \frac{1}{z^n} \quad (2) \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{z^{n+1}}\right) \frac{1}{z^{n+1}} \quad (3) \\ & - \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{z^{n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{z^n} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

۲- کدام تبدیل $w = u + iv$ ، دایره ای به معادله $x^2 + y^2 + \frac{1+r^2}{1-r^2}x + 9 = 0$ را روی دایره ای به معادله $u^2 + v^2 = r^2$ می نگارد؟

$$w = \frac{z-3}{z+3} \quad (1)$$

$$w = \frac{z+3}{z-3} \quad (2)$$

$$w = 2 \frac{z-3}{z+3} \quad (3)$$

$$w = 2 \frac{z+3}{z-3} \quad (4)$$

۳- تابع $u(x,y) = 3xy^2 - x^3$ بخش حقیقی تابع تحلیلی $f(z) = u + iv$ است. مقدار $f'(i)$ و $f''(i)$ به ترتیب از

راست به چپ کدام اند؟

$$-6i \text{ و } -3 \quad (1)$$

$$6i \text{ و } -3 \quad (2)$$

$$-6i \text{ و } 3 \quad (3)$$

$$6i \text{ و } 3 \quad (4)$$

۴- اگر $u(x, t)$ جواب معادله
$$\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin x + \sin 3x & 0 < x < \pi \end{cases}$$
 باشد، مقدار $u(\frac{\pi}{2}, 1)$ کدام است؟

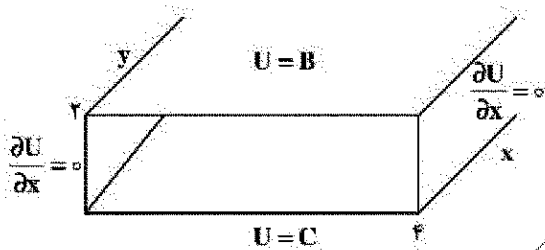
(۱) $\frac{e^2 + 1}{e^2}$

(۲) $\frac{e^2 - 1}{e^2}$

(۳) $\frac{e^{10} + 1}{e^9}$

(۴) $\frac{e^8 - 1}{e^8}$

۵- پاسخ معادله لاپلاس در داخل تونل شکل زیر، برای $B = \begin{cases} V_0 & 0 < x < 2 \\ 0 & 2 < x < 4 \end{cases}$ و $C = 0$ ، کدام است؟



(۱) $U(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2V_0 \sin(\frac{m\pi}{2})}{m\pi \sinh(\frac{m\pi}{2})} \cos(\frac{m\pi}{4}x) \sinh(\frac{m\pi}{4}y)$

(۲) $U(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2V_0 \sin(\frac{m\pi}{2})}{m\pi \sinh(\frac{m\pi}{2})} \cos(\frac{m\pi}{4}x) \sinh(\frac{m\pi}{4}y)$

(۳) $U(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{V_0 \sin(\frac{m\pi}{2})}{2m\pi \sinh(\frac{m\pi}{2})} \cos(\frac{m\pi}{4}x) \sinh(\frac{m\pi}{4}y)$

(۴) $U(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{V_0 \sin(\frac{m\pi}{2})}{2m\pi \sinh(\frac{m\pi}{2})} \sin(\frac{m\pi}{4}x) \sinh(\frac{m\pi}{4}y)$

۶- با استفاده از قضیه مانده ها حاصل انتگرال $\oint_{|z|=1} z^m e^z dz$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi i}{(m+1)!}$

(۲) $\frac{2\pi i}{m!}$

(۳) $\frac{2\pi i}{(m+1)!}$

(۴) $\frac{\pi i}{m!}$

۷- حاصل انتگرال کوشی $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2 + 2x + 2} dx$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{2e} (\sin 1 - \cos 1)$

(۲) $\frac{\pi}{2e} (\cos 1 + \sin 1)$

(۳) $\frac{\pi}{e} (\sin 1 - \cos 1)$

(۴) $\frac{\pi}{e} (\sin 1 + \cos 1)$

۸- حاصل عبارت $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{1+z+z^2+z^3}$ ، کدام است؟

(۱) $-\pi i$

(۲) $-\frac{\pi}{2} i$

(۳) صفر

(۴) πi

۹- اگر بسط فوری تابع $f(x) = \sin \alpha x$ برای $-\pi < x < \pi$ که α عدد غیر صحیح است، به صورت

$$f(x) = \frac{2 \sin(\alpha \pi)}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^{n-1}}{n^2 - \alpha^2} \sin(nx)$$

قضیه پارسوال کدام است؟

(۱) $\frac{\pi^2 - 2\pi}{512}$

(۲) $\frac{\pi^2 + 2\pi}{256}$

(۳) $\frac{\pi^2 - 2\pi}{128}$

(۴) $\frac{\pi^2 - \pi}{512}$

۱۰- فرض کنیم $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$ سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = (2 \sin x - 2 \cos x)^2$ روی بازه $[-\pi, \pi]$ باشد، در این صورت، مقدار $a_0 \times b_7$ ، کدام است؟

(۱) -۱۵

(۲) -۲۷

(۳) -۳۶

(۴) -۳۹

۱۱- اگر $\int_0^{\infty} \frac{\omega \sin \omega x}{\omega^2 + k^2} d\omega = \frac{\pi}{2} e^{-kx}$ باشد، حاصل عبارت $\int_0^{\infty} \frac{\omega \sin \omega x}{\omega^2 + 64} d\omega$ ، کدام است؟

(راهنمایی: $\sin \alpha x = \frac{1}{2i} (e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x})$)

(۱) $\frac{\pi}{16} e^{-2x} \sin 2x$

(۲) $\frac{\pi}{16} e^{-2x} \cos 2x$

(۳) $\frac{\pi}{4} e^{-x} \sin x$

(۴) $\frac{\pi}{4} e^{-x} \cos x$

۱۲- فرض کنید \ln شاخه اصلی لگاریتم است. در این صورت حاصل انتگرال $\oint_{|z+i|=\frac{1}{2}} \frac{\ln(z)}{(z+i)^3} dz$ ، کدام است؟

(۱) $-\pi$

(۲) πi

(۳) -2π

(۴) $2\pi i$

۱۳- اگر ناحیه $|z|=2$ را تحت رابطه $w = z + \frac{2}{z}$ ، نگاشت کنیم، مساحت ناحیه نگاشت شده چقدر است؟

(۱) 2π

(۲) 3π

(۳) 4π

(۴) 6π

۱۴- اگر برای $0 < x < 2$ داشته باشیم: $x = \frac{4}{\pi} \left(\sin \frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi x}{2} + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi x}{2} - \dots \right)$ ، در این صورت ضریب جمله $\cos \pi x$ ، در بسط عبارت $x^2 - x$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{16}{\pi^2}$

(۲) $\frac{8}{\pi^2}$

(۳) $\frac{4}{\pi^2}$

(۴) $\frac{2}{\pi^2}$

۱۵- جواب معادله دیفرانسیل مشتقات نسبی $\begin{cases} U_{tt} = U_{xx} \\ U(0, t) = U(\pi, t) = U(x, 0) = 0 \\ U_t(x, 0) = k \sin 3x - \frac{k}{2} \sin 6x \end{cases}$ ، کدام است؟

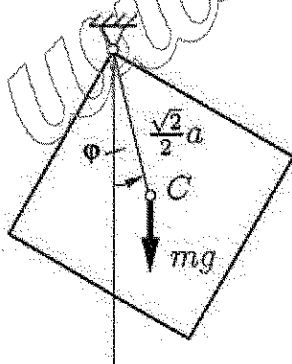
(۱) $U(x, t) = \frac{k}{3} \sin 3t \sin 3x - \frac{k}{12} \sin 6t \sin 6x$

(۲) $U(x, t) = \frac{k}{4} \sin 4t \sin 3x - \frac{k}{12} \sin 6t \sin 6x$

(۳) $U(x, t) = \frac{k}{3} \sin 3t \sin 3x - \frac{k}{4} \sin 2t \sin 6x$

(۴) $U(x, t) = \frac{k}{9} \sin 9t \sin 3x - \frac{k}{12} \sin 6t \sin 6x$

۱۶- مربع شکل زیر که در صفحه قائم آویزان شده در صورتی که طول هر ضلع مربع a باشد و ممان اینرسی مربع حول محور عمود بر آن در مرکز مربع $\frac{1}{6}ma^2$ باشد، مقدار شتاب زاویه ای مربع بر حسب زاویه ϕ کدام است؟



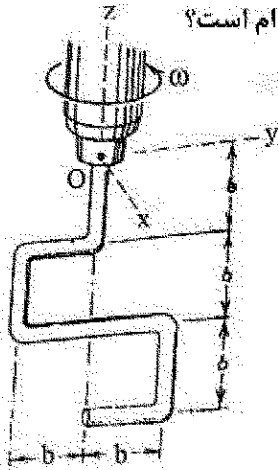
(۱) $\frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{g}{a} \sin \phi$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{4} \frac{g}{a} \sin \phi$

(۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{g}{a} \sin \phi$

(۴) $\frac{3\sqrt{2}}{4} \frac{g}{a} \sin \phi$

- ۱۷- همزن نشان داده شده از میله ای به طول $7b$ و جرم بر واحد طول p ساخته شده است. این همزن با سرعت زاویه ای ثابت ω حول محور Z می چرخد. مقدار گشتاور خمشی میله در پایه O سه نظام کدام است؟



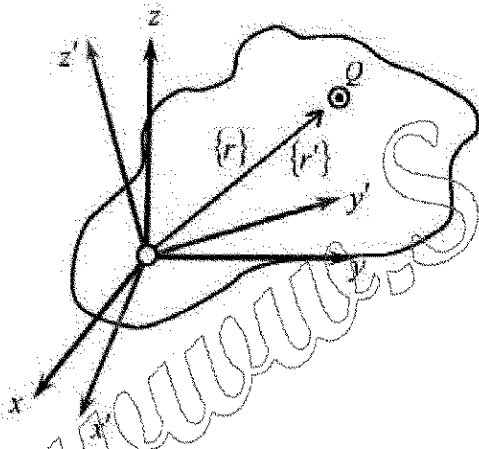
(۱) $pb^3 \frac{\omega^2}{2}$

(۲) $pb^3 \omega^2$

(۳) $2pb^3 \omega^2$

(۴) $3pb^3 \omega^2$

- ۱۸- اگر ماتریس همان اینرسی یک جسم در دستگاه مختصات xyz را با نماد $[I]$ و ماتریس همان اینرسی همین جسم در دستگاه مختصات دوران یافته $x'y'z'$ با نماد $[I']$ نمایش دهیم، آنگاه چه ارتباطی میان این دو ماتریس همان اینرسی وجود دارد؟ (توجه: موقعیت ذره ماده Q از منظر دستگاه xyz با برداری موقعیت $\{r\}$ و موقعیت همین ذره از دیدگاه دستگاه $x'y'z'$ با بردار $\{r'\}$ توصیف می گردد. با استفاده از ماتریس کسینوس های هادی $[C]$ و با ماتریس دوران $[R]$ ، این دو بردار موقعیت از منظر دستگاه های xyz و $x'y'z'$ به طریق $\{r'\} = [C]^T \{r\}$ و یا $\{r'\} = [R] \{r\}$ به هم ارتباط می یابند.



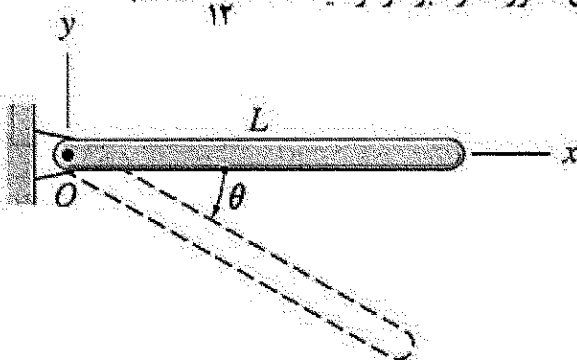
(۱) $[I'] = [R][I][R]^T$

(۲) $[I] = [R][I'][R]^T$

(۳) $[I] = [C]^T [I'] [C]$

(۴) $[I'] = [C][I][C]^T$

- ۱۹- میله یکنواختی مطابق شکل از وضعیت افقی از حالت سکون رها می شود. مؤلفه نیروی عکس العمل O عمود بر میله بر حسب زاویه θ کدام است؟ (همان اینرسی میله حول محور عمود بر مرکز میله $\frac{1}{12} mL^2$ است.)



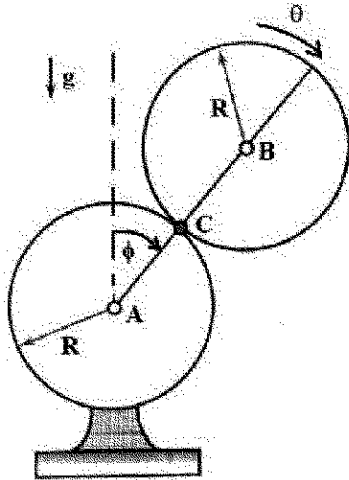
(۱) $\frac{mg}{4} \sin \theta$

(۲) $\frac{mg}{4} \cos \theta$

(۳) $\frac{3mg}{4} \sin \theta$

(۴) $\frac{3mg}{4} \cos \theta$

- ۲۰- کره یکنواخت توپری به جرم m و شعاع R بر روی کره ثابتی با همان شعاع شروع به حرکت می کند. با فرض حرکت غلتشی، کدام گزینه درست است؟



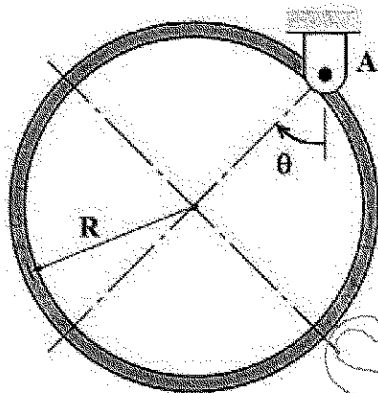
(۱) $T = \frac{1}{2} I_C \dot{\phi}^2$

(۲) $T = \frac{1}{2} I_B \dot{\theta}^2$

(۳) $T = \frac{1}{2} I_B \dot{\phi}^2$

(۴) $T = 2 I_C \dot{\phi}^2$

- ۲۱- حلقه یکنواختی مطابق شکل از لولای A آویزان شده است. در صورتی که مماس اینرسی حلقه حول محور عمود بر مرکز آن mR^2 باشد، شتاب زاویه ای حلقه بر حسب θ کدام است؟



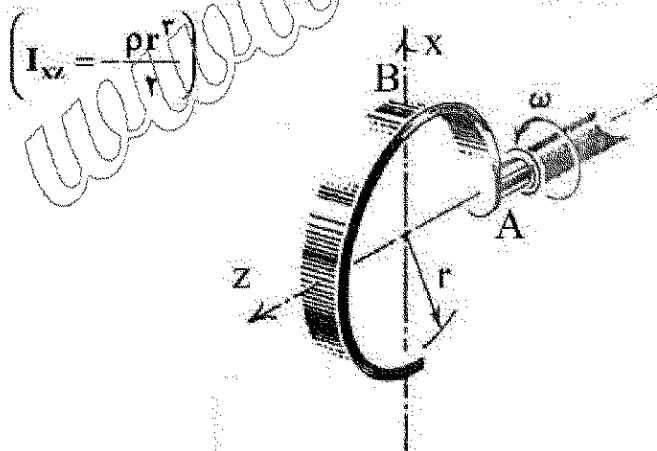
(۱) $-\frac{g}{2R} \cos \theta$

(۲) $-\frac{g}{R} \sin \theta$

(۳) $-\frac{g}{2R} \sin \theta$

(۴) $-\frac{g}{R} \cos \theta$

- ۲۲- حلقه ناقص نشان داده شده در شکل دارای جرم بر واحد طول ρ بوده و در نقطه A به محور جوش شده است. گشتاور خمشی M در نقطه A از حلقه بر اثر دوران آن با سرعت زاویه ای ثابت ω ، در کدام گزینه درست است؟



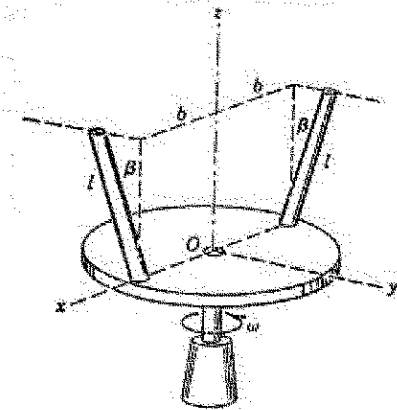
(۱) $\rho r^3 \omega^2$

(۲) $\frac{1}{4} \rho r^3 \omega^2$

(۳) $\frac{1}{3} \rho r^3 \omega^2$

(۴) $\frac{1}{2} \rho r^3 \omega^2$

۲۳- هر یک از میله های باریک به طول l و جرم m به دیسک مدوری که حول محور قائم Z با سرعت زاویه ای ω دوران می کند، جوش شده است. هر یک از میله ها با امتداد قائم زاویه β ساخته و صفحه این زاویه موازی صفحه yz است. عبارت \vec{H}_O مومنتم زاویه ای دو میله حول مبدأ مختصات O کدام است؟



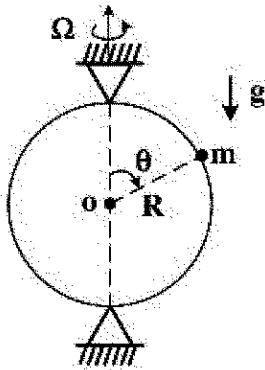
$$\frac{2}{3}m\left(\frac{1}{3}l^2\sin^2\beta + b^2\right)\omega\vec{K} \quad (1)$$

$$m(l^2\sin^2\beta + b^2)\omega\vec{K} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}m\left(\frac{1}{3}l^2\sin^2\beta + 2b^2\right)\omega\vec{K} \quad (3)$$

$$2m(l^2\sin^2\beta + b^2)\omega\vec{K} \quad (4)$$

۲۴- لغزنده ای به جرم m می تواند بدون اصطکاک بر روی حلقه دایره ای به شعاع R حرکت کند. حلقه دایره ای با سرعت زاویه ای ثابت Ω حول محوری که از مرکز آن می گذرد دوران می کند. اندازه حرکت تعمیم یافته متناظر با مختصات تعمیم یافته θ کدام است؟



$$mR^2\Omega^2\cos\theta \quad (1)$$

$$mR^2\dot{\theta} \quad (2)$$

$$mR^2\Omega^2\sin\theta \quad (3)$$

$$mR^2\Omega^2\sin\theta\cos\theta + mgR\sin\theta \quad (4)$$

۲۵- معادله قیدی زیر را در نظر بگیرید:

$$\sum_{i=1}^n A_i \dot{x}_i + B = 0 \quad \text{و} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

در چه شرایطی قیود هولونومیک خواهند بود؟

$$A_i = \frac{\partial f}{\partial x \partial t}, B = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (1)$$

$$A_i = \frac{\partial f}{\partial t}, B = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2)$$

$$A_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}, B = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3)$$

$$A_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}, B = \frac{\partial f}{\partial x_j} \quad (4)$$

۲۶- معادله ارتعاشی یک سیستم دو درجه آزادی استهلاکی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \ddot{x} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \dot{x} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} x = 0$$

فرکانس های طبیعی این سیستم تقریباً برابرند با $\omega_1 = 0.45 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ و $\omega_2 = 1.95 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ، نسبت های استهلاک

(میرایی) در مدهای اول و دوم کدام است؟

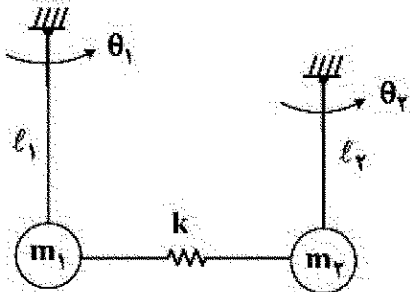
$$\zeta_1 = 0.33, \zeta_2 = 0.87 \quad (1)$$

$$\zeta_1 = 0.54, \zeta_2 = 0.83 \quad (2)$$

$$\zeta_1 = 0.78, \zeta_2 = 1.1 \quad (3)$$

$$\zeta_1 = 0.72, \zeta_2 = 1.53 \quad (4)$$

۲۷- یکی از دو فرکانس طبیعی سیستم زیر با ω نشان داده می شود، نسبت دامنه $\frac{\theta_2}{\theta_1}$ ، مرتبط با آن کدام است؟



$$\frac{-\omega^2 m_2 l_2^2 + m_2 g l_2 + k l_2^2}{k l_1 l_2} \quad (1)$$

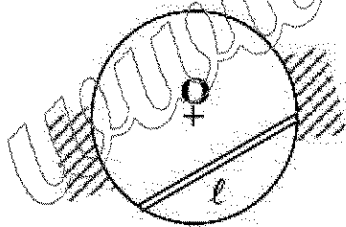
$$\frac{-\omega^2 m_1 l_1^2 + m_1 g l_1 + k l_1^2}{k l_1 l_2} \quad (2)$$

$$\frac{-\omega^2 m_1 l_1^2 + k l_1^2}{k l_1 l_2} \quad (3)$$

$$\frac{-\omega^2 m_2 l_2^2 + k l_2^2}{k l_1 l_2} \quad (4)$$

۲۸- میله همگن به طول $\ell = \frac{2R}{r}$ و جرم m داخل استوانه ای به شعاع R بدون اصطکاک نوسان می کند. فرکانس طبیعی

آن کدام است؟ ($I = \frac{m \ell^2}{12}$ میله)



$$\frac{2\sqrt{7}g}{\Delta R} \quad (1)$$

$$\frac{2g}{2R} \quad (2)$$

$$\frac{2\sqrt{7}g}{\sqrt{R}} \quad (3)$$

$$\frac{2g\sqrt{7}}{2R} \quad (4)$$

۲۹- جرم $m = 1 \text{ kg}$ به فنری مطابق شکل با سختی $100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ متصل است و بر روی سطحی با ضریب اصطکاک $\mu = 0.1$ قرار

گرفته است. انتهای راست فنر (نقطه A) با سرعت ثابت $V_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ شروع به حرکت می کند. در صورتی که سیستم

در لحظه $t = 0$ در حال سکون باشد، ضابطه حرکت جرم کدام است؟

$$m = 1 \text{ kg}$$

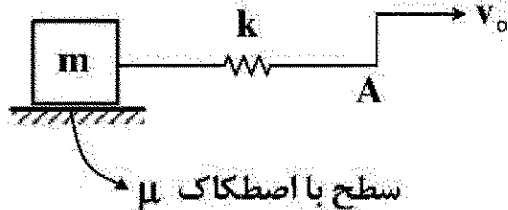
$$k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$V_0 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\mu = 0.1$$

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$x(t) = 0.1(\cos 10t - 1) + 2(t - 0.1 \sin 10t) \quad (1)$$

$$x(t) = 0.1(\cos 10t - 1) + 2(t - 0.1 \sin 10t) \quad (2)$$

$$x(t) = 0.1(\cos 10t - 1) + 2(t - 0.1 \sin 10t) \quad (3)$$

$$x(t) = 0.1(1 - \cos 10t) + 2(t - 0.1 \sin 10t) \quad (4)$$

۳۰- برای اندازه گیری فرکانس طبیعی اول ارتعاشات عرضی یک تیر، نوسانگری به جرم 1 kg به انتهای آن نصب و فرکانس

100 Hz به دست آمده است. با اضافه کردن یک جرم 1 kg دیگر در همان محل، فرکانس طبیعی مجموعه به 95 Hz

کاهش یافته است. فرکانس طبیعی اول مجموعه اصلی تقریباً چند درصد است؟

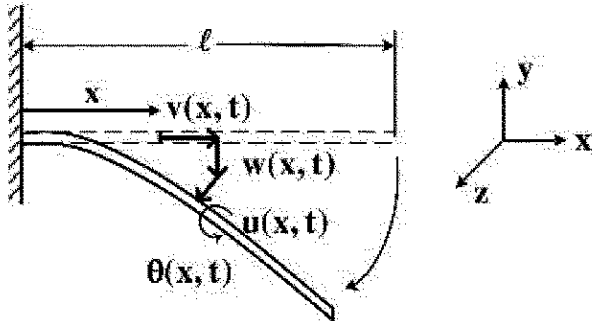
$$91 \quad (1)$$

$$97.5 \quad (2)$$

$$106 \quad (3)$$

$$111 \quad (4)$$

۳۱- انرژی کرنشی الاستیک خطی در اثر خمش، پیچش و حرکت محوری طبق شکل برای تیری که هندسه و جنس در امتداد محور یکنواخت است، کدام است؟



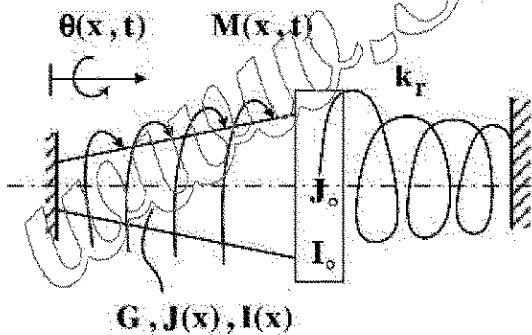
$$\frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{1}{2}EA \int_0^l \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{1}{2}GJ \int_0^l \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dx \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx + \frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx + \frac{1}{2}EA \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2}GJ \int_0^l \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dx \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{1}{2}EI \int_0^l \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{1}{2}EA \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2}GJ \int_0^l \frac{\partial \theta}{\partial x} dx \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2}EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2}EI \int_0^l \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2}EA \int_0^l \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2}GJ \int_0^l \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dx \quad (۴)$$

۳۲- معادله حرکت برای ارتعاشات پیچشی شفت نشان داده شده در شکل زیر، کدام است؟



$$\frac{\partial}{\partial x} \left(GJ(x) \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \right) + M(x,t) = I(x) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (۱)$$

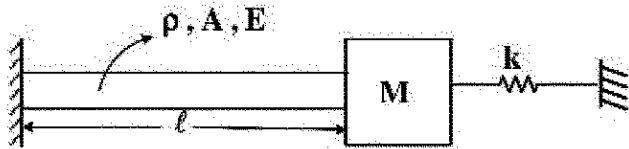
$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + M(x,t) = I_0 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(GJ(x) \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \right) + M(x,t) = I(x) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + I_0 \frac{\partial^2 \theta(\ell,t)}{\partial t^2} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(GJ(x) \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial x} \right) + M(x,t) = I(x) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + I_0 \frac{\partial^2 \theta(\ell,t)}{\partial t^2} + k_r \theta(\ell,t) \quad (۴)$$

۳۳- میله شکل زیر را که تحت ارتعاشات طولی است در نظر بگیرید. انتهای آن به یک جرم M و سختی k متصل است. اگر چگالی،

سطح مقطع و مدول الاستیسیته میله به ترتیب ρ ، A و E باشند، معادله فرکانسی سیستم کدام است؟ $\left(C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}\right)$



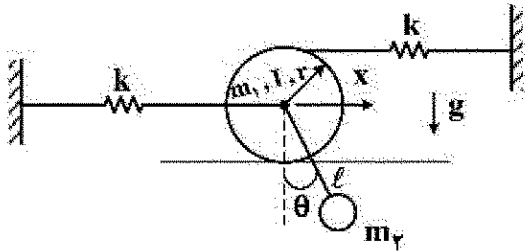
$$\tan \frac{\omega \ell}{C} = \frac{(M\omega^2 - k)C^2}{AE\omega C} \quad (1)$$

$$\tan \frac{\omega \ell}{C} = \frac{(M\omega^2 - kC^2)}{AE\omega C} \quad (2)$$

$$\tan \frac{\omega \ell}{C} = \frac{AE\omega C}{M\omega^2 - kC^2} \quad (3)$$

$$\tan \frac{\omega \ell}{C} = \frac{AE\omega C}{(M\omega^2 - k)C^2} \quad (4)$$

۳۴- معادلات حرکت سیستم زیر در صورتی که حرکت چرخ بر روی زمین غلتش کامل و زاویه θ کوچک باشد و از ترم های غیر خطی صرف نظر شود، کدام است؟ (I) همان اینرسی چرخ حول محور هندسی آن است.



$$\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}\right)\ddot{x} + m_2\ell\ddot{\theta} + \Delta kx = 0 \quad (1)$$

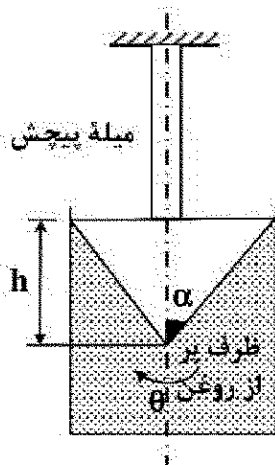
$$m_2\ell(\ddot{x} + \ell\ddot{\theta}) + m_2g\ell\theta = 0$$

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2\ell\ddot{\theta} + \tau kx = 0 \\ m_2\ell(\ddot{x} + \ell\ddot{\theta}) + m_2g\ell\theta = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} m_1\ddot{x} + m_2\ell\ddot{\theta} + \Delta kx = 0 \\ m_2\ell^2\ddot{\theta} + m_2g\ell\theta = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{r^2}\right)\ddot{x} + m_2\ell\ddot{\theta} + \tau kx = 0 \\ m_2\ell(\tau\ddot{x} + \ell\ddot{\theta}) + \tau m_2g\ell\theta = 0 \end{cases} \quad (4)$$

۳۵- یک مخروط به انتهای میله پیچش طبق شکل متصل شده و کل سطح جانبی آن در روغن با ویسکوزیته μ قرار دارد. گشتاور استهلاکی وارد بر مخروط از طرف روغن کدام است؟



$$\frac{1}{3}\pi\mu \frac{\tan^2 \alpha}{\cos \alpha} h^2 \dot{\theta} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}\pi\mu \frac{\tan^2 \alpha}{\cos \alpha} h^2 \dot{\theta} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3}\pi\mu \frac{\tan^2 \alpha}{\sin \alpha} h^2 \dot{\theta} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}\pi\mu \frac{\tan^2 \alpha}{\sin \alpha} h^2 \dot{\theta} \quad (4)$$

۳۶- سیستم زیر را در نظر بگیرید. اگر پاسخ سیستم با شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ به ورودی پله واحد به صورت

$$y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2t}$$

باشد، کدام عبارت در مورد این سیستم درست است؟

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + Bu$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

(۱) سیستم مشاهده پذیر و کنترل پذیر است.

(۲) سیستم مشاهده پذیر و کنترل پذیر نیست.

(۳) سیستم مشاهده پذیر است ولی کنترل پذیر نیست.

(۴) سیستم مشاهده پذیر است ولی در مورد کنترل پذیری آن نمی توان اظهار نظر نمود.

۳۷- سیستم با معادلات حالت $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$ را در نظر بگیرید که در آن بردار حالت، u ورودی و y

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x$$

خروجی است. کدام یک از گزینه های داده شده، بهترین انتخاب برای حالت اولیه x_0 است تا پاسخ حالت بدون

ورودی سیستم ($u = 0$) سریع ترین رفتار را داشته باشد؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -6 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۳۸- در سیستم اصلی نشان داده شده در شکل برای اندازه گیری سرعت v از یک مشاهده گر رسته کامل استفاده می شود.

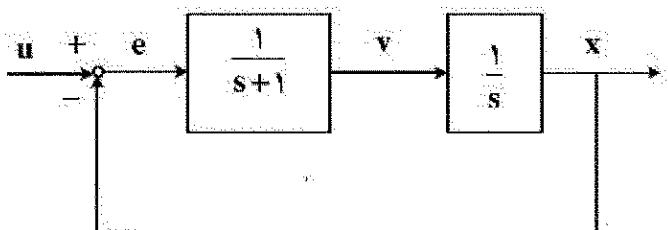
در صورتی که قطب های مشاهده گر در -3 ، -2 قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن معادلات داده شده، بهره مشاهده گر

L کدام یک از گزینه های زیر است؟

$$\dot{z} = Az + bu, y = c^T z \quad z = \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}$$

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + bu + L(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = c\hat{z} \quad L = ?$$



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

۳۹- با توجه به نمایش فضای حالت سیستم زیر، با ورودی صفر و به ازای شرایط اولیه $x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام گزینه درست است؟

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

(۱) $3x_1(t) - x_2(t) = 1$

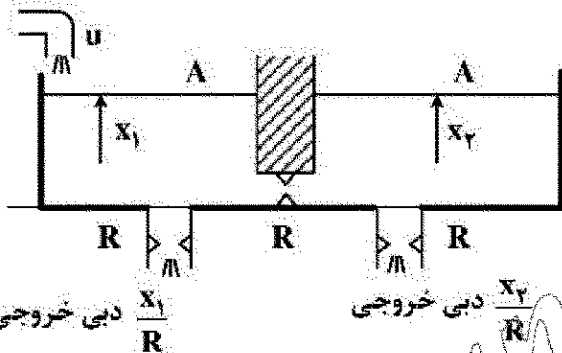
(۲) $-3x_1(t) + x_2(t) = 1$

(۳) $3x_1(t) + x_2(t) = 1$

(۴) $-3x_1(t) - x_2(t) = 1$

۴۰- در سیستم خطی مقابل با ورودی u (دبی به منبع A) ارتفاعها x_1 و x_2 سطح مقطع طرفها $A=1$ و مقاومت شیرهای خروجی و مقاومت شیر بین دو ظرف $R=1$ است. با فرض آنکه خروجی سیستم دبی جابه جایی بین دو

ظرف یعنی $y = \frac{x_1 - x_2}{R}$ باشد، تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی y کدام است؟



(۱) $\frac{1}{s+3}$

(۲) $\frac{1}{(s+1)(s+3)}$

(۳) $\frac{1}{s+1}$

(۴) $\frac{1}{(s+2)^2}$

۴۱- آونگ ساده مقابل شامل میله صلب بدون جرم به طول ℓ ، جرم متحرک m در انتهای میله، حول لولای بدون اصطکاک

O نوسان می کند. معادله حرکت به صورت $\ddot{\theta} + \omega^2 \sin \theta = 0$ است، که در آن $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$ است. با فرض $x_1 = \theta$ و

$x_2 = \dot{\theta}$ معادلات حالت سیستم خطی شده حول نقطه تعادل $\begin{cases} x_1 = \theta = \pi \\ x_2 = \dot{\theta} = 0 \end{cases}$ به صورت $\dot{x} = Ax$ ، $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

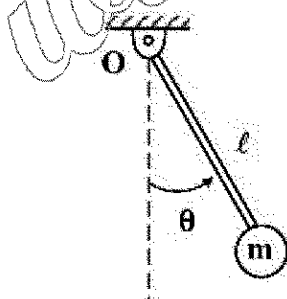
در می آید. ماتریس A کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & -1 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \omega^2 & 0 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -1 \end{bmatrix}$



۴۲- سیستم رسته ۴ با معادلات حالت زیر داده شده که در آن A ماتریس مربع 4×4 ، B ماتریس ستونی و C ماتریس سطری است.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

تابع تبدیل این سیستم چنین است:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1.5}{(s+1)(s+2)(s+4)(s+6)}$$

کدام گزینه در مورد کنترل پذیری و مشاهده پذیری آن درست است؟

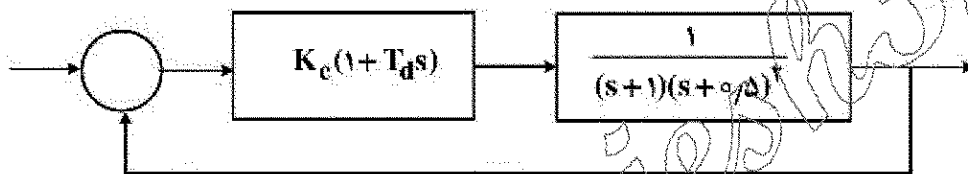
(۱) کنترل پذیر و مشاهده پذیر است.

(۲) ممکن است کنترل پذیر یا مشاهده پذیر نباشد.

(۳) ممکن است مشاهده پذیر نباشد ولی کنترل پذیر است.

(۴) ممکن است کنترل پذیر نباشد ولی مشاهده پذیر است.

۴۳- در سیستم مقابل پارامتر T_d در کنترل کننده در چه محدوده ای باشد که سیستم مدار بسته به ازای همه مقادیر مثبت K_c همواره پایدار باشد؟



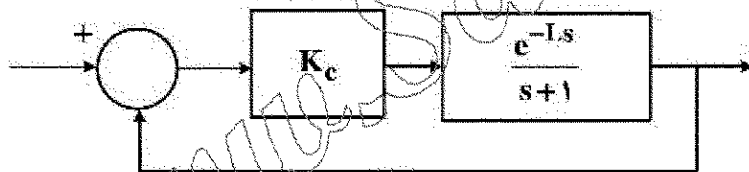
(۱) $T_d > 0$

(۲) $0 < T_d < 0.5$

(۳) $0 < T_d < 2$

(۴) $T_d > 0.5$

۴۴- در سیستم مقابل با فرض $K_c = 2$ زمان تأخیر L در سیستم را طوری تعیین کنید، که حد فاز (Phase margin) مساوی 30° شود؟



(۱) $\frac{\pi}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$

(۳) $\frac{2\pi}{3}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$

۴۵- در سیستم خطی $\begin{cases} \dot{x} = Ax \\ x(0) = x_0 \end{cases}$ که در آن A ماتریس مربع $n \times n$ است فرض کنید داریم $A = A_1 + A_2$ که A_1 و A_2 نیز ماتریس های مربع $n \times n$ هستند. در چه صورتی رابطه $e^{At} = e^{A_1 t} \cdot e^{A_2 t}$ همواره درست است؟

(۱) فقط وقتی درست است که A_1 و A_2 ماتریس قطری باشند.

(۲) فقط وقتی درست است که مقادیر ویژه A حقیقی باشند.

(۳) فقط وقتی درست است که $A_1 A_2 = A_2 A_1$ باشد.

(۴) در همه حالتها درست است.