

کد کنترل

507

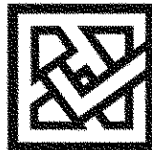
F

## آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی (کد ۲۳۲۲)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - مکانیک محیط پیوسته - تئوری الاستیسیته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی - مکانیک محیط پیوسته - تئوری الاستیسیته):

۱- مسئله  $\begin{cases} 2y'' + y = 0, 0 < x < \pi \\ y(0) = 1 \\ y(\pi) = a \end{cases}$  مفروض است. اگر  $Y_s(n)$  تبدیل فوری سینوسی تابع  $y(x)$  به ازای  $n \in \mathbb{N}$

باشد و  $Y_s(3) = \frac{108}{17\pi}$ ، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۰

۲- معادله  $y'' + \lambda y = 0$ ;  $x \in (0, \pi)$  را به همراه شرایط کرانه‌ای  $y(0) = y(\pi)$  و  $y'(0) = y'(\pi)$  به ازای مقدار ویژه حقیقی مقدار  $\lambda$  در نظر بگیرید. کدام مورد درست است؟

(۱) هر دو تابع  $\sin(nx)$  و  $\cos(nx)$ ، توابع ویژه متناظر با  $n$ مین مقدار ویژه مثبت هستند.

(۲) تنها برای مقدار ویژه صفر، تابع ویژه ساده (یک تابع ویژه مستقل خطی) است.

(۳) برخی توابع ویژه (متمایز) مسئله، در بازه  $[0, \pi]$  بر یکدیگر عمود نیستند.

(۴) کوچک‌ترین مقدار ویژه مثبت،  $\lambda = 1$  است.

۳- فرض کنید سری فوری تابع  $f(x) = \begin{cases} -4k & -2 \leq x \leq 1 \\ kx + 5 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  در  $x = 1$  به  $k$  همگرا باشد. مقدار  $k$ ، کدام است؟

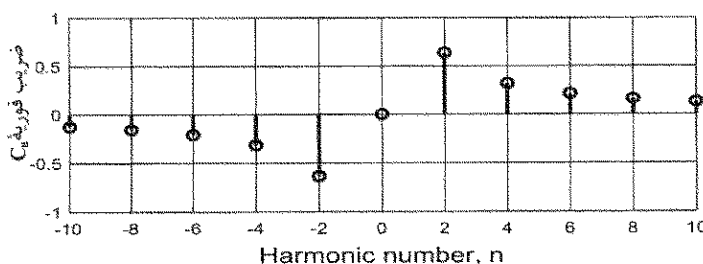
(۱) صفر

(۲) ۱

(۳)  $\frac{5}{4}$

(۴) ۲

۴- تعدادی از ضرایب سری فوری مختلط تابع  $g$  در شکل زیر نشان داده شده است. روند مشاهده شده برای تابع در دو طرف، تا بی‌نهایت ادامه دارد. کدام مورد درست است؟



(۱)  $g$  موهومی و فرد است.

(۲)  $g$  موهومی و زوج است.

(۳)  $g$  حقیقی و فرد است.

(۴)  $g$  حقیقی و زوج است.

۵- فرض کنید در مسئله  $g'(0) = 1$ ;  $g(0) = 0$ ;  $g''(x) = \frac{\pi}{2} \int_0^\infty \int_0^\infty \sin(wt) \sin(wx) g(t) dt dw$ ;  $g$  تابعی

حقیقی و فرد است.  $g(1)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{\pi}$

(۲)  $\frac{\pi}{2} \sin(\frac{2}{\pi})$

(۳)  $\frac{\pi}{2} \sinh(\frac{2}{\pi})$

(۴)  $\frac{2}{\pi} \sinh(\frac{\pi}{2})$

۶- مسئله مقدار  $u(x, 0) = 0$ ;  $u(0, t) = \sin(t)$ ;  $u_t(x, t) + u_x(x, t) + u(x, t) = 0$  را در نظر بگیرید.

مقدار  $u(1, 2)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\sin 1}{e^2}$

(۲)  $\frac{\sin 2}{e^2}$

(۳)  $\frac{\sin 1}{e}$

(۴)  $\frac{\sin 2}{e}$

۷- فرض کنید  $u = u(x, t)$  جواب مسئله انتقال حرارت زیر باشد. مقدار  $u(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{9})$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}(1 - e^{-9})$

(۲)  $\frac{1}{2}(1 - e^{-4})$

(۳)  $\frac{1}{2}(1 + e^{-9})$

(۴)  $\frac{1}{2}(1 + e^{-4})$

۸- جواب مسئله لاپلاس زیر در مختصات قطبی کران دار است.  $\frac{u(r, \theta)}{\sin \theta}$  کدام است؟

$\begin{cases} u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0; 0 < r < 1, -\pi < \theta \leq \pi, \\ u(1, \theta) = (2 + \cos \theta) \sin \theta; -\pi < \theta \leq \pi, \end{cases}$

(۲)  $2r + \frac{1}{2}r \cos \theta$

(۱)  $2 + \frac{1}{2}r^2 \cos \theta$

(۴)  $2 \cos(\ln r) + \frac{1}{2} \cos(2 \ln r) \cos \theta$

(۳)  $2r + r^2 \cos \theta$

۹- مسئله الکترواستاتیک  $r^2 u_{rr} + ru_r + u_{\theta\theta} = 0$  در ناحیه  $0 < r < 2$  و  $|\theta| < \frac{\pi}{2}$  با شرایط مرزی

$u_\theta\left(r, \pm \frac{\pi}{2}\right) = 0$ ،  $u(2, \theta) = \pi$  و  $u(0, \theta) = -\pi$  را در نظر بگیرید. مقدار  $u\left(\frac{2}{3}, \frac{\pi}{6}\right) - u\left(\frac{2}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ ، کدام است؟

(۱)  $2\pi \ln\left(\frac{9}{4}\right) - \pi$

(۲)  $2\pi \log_4\left(\frac{9}{4}\right)$

(۳)  $2\pi \log_4(9)$

(۴)  $2\pi \log_4(9) + \pi$

۱۰- فرض کنید تابع لگاریتم با شاخه اصلی یعنی  $-\pi < \text{Arg}z \leq \pi$ ، تعریف شده باشد. مقدار  $\ln\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^2$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{4\pi}{3}i$

(۲)  $\frac{2\pi}{3}i$

(۳)  $-\frac{2\pi}{3}i$

(۴)  $-\frac{4\pi}{3}i$

۱۱- فرض کنید  $\frac{1}{z^2 \sinh(z)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$ . مقدار  $\sum_{n=-3}^1 |a_n|$  در ناحیه همگرایی سری کدام است؟

(۱)  $\frac{427}{360}$

(۲)  $\frac{413}{360}$

(۳)  $\frac{307}{360}$

(۴)  $\frac{293}{360}$

۱۲- فرض کنید  $f(z) = \sin(x) \cosh(ay) + iv(x, y)$  تحلیلی باشد. مقدار  $\int_C f(z) dz$  که در آن  $C$  پاره خط جهت دار از

مبدأ مختصات به نقطه  $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  می باشد، کدام است؟ ( $z = x + iy$ )

(۱)  $1 + i \sinh \frac{\pi}{2}$

(۲)  $i + \sinh \frac{\pi}{2}$

(۳)  $i - \sinh \frac{\pi}{2}$

(۴)  $1 - i \sinh \frac{\pi}{2}$

۱۳- مقدار  $\oint_{|z|=1} \frac{e^{(z+\frac{1}{z})}}{z} dz$  کدام است؟

(۱)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(k+1)!}$

(۲)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(2k)!}$

(۳)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!(2k)!}$

(۴)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2}$

۱۴- مقدار  $\int_0^{\pi} \sin(e^{2i\theta}) \sin^2(\theta) d\theta$ ، کدام است؟ ( $i = \sqrt{-1}$ )

(۱)  $-\frac{\pi}{4}$

(۲) صفر

(۳)  $\frac{\pi}{4}$

(۴)  $\frac{\pi}{2}$

۱۵- مقدار  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{x^6 + 5x^2 + 4} dx$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{2}(e^{-2} - 2e^{-1})$

(۲)  $\frac{\pi}{3}(e^{-2} - 2e^{-1})$

(۳)  $\frac{\pi}{2}(2e^{-2} - e^{-1})$

(۴)  $\frac{\pi}{3}(2e^{-2} - e^{-1})$

۱۶- هرگاه معادله حرکت محیط پیوسته‌ای به صورت زیر داده شده باشد، کدام مورد در خصوص این حرکت درست است؟

$x_1 = X_1 e^t + X_2 (e^t - 1)$

$x_2 = X_2$

$x_3 = X_3 + X_2 (e^t - e^{-t})$

(۱) حرکت همگن نیست. (۲) حرکت امکان پذیر نیست.

(۳) حرکت امکان پذیر و همگن است. (۴) حرکت امکان پذیر است، ولی همگن نیست.

۱۷- اگر در یک جامد الاستیک خطی ناهمسانگرد، راستای  $e_3$  محور تقارن دورانی ماده به ازای دوران  $90^\circ$  درجه باشد، کدام رابطه در خصوص تانسور الاستیسیته ماده درست است؟

(۱)  $C_{1333} = 0$  (۲)  $C_{2333} = C_{1212}$  (۳)  $C_{1313} = C_{2323}$  (۴)  $C_{1223} = C_{2323}$

۱۸- برای یک تانسور  $T$  که مؤلفه‌های آن در مختصات کارتزینی متعامد در ماتریس زیر داده شده‌اند، حاصل عبارت  $\text{div}(\text{div}(T))$ ، کدام است؟

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} x_1^2 - x_2^2 & -2x_1x_2 & x_3^2 \\ 0 & 2x_2x_3 & 0 \\ 0 & 0 & 3x_3^2 \end{bmatrix}$$

(۱) صفر (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) ۶

۱۹- معکوس گرادیان تغییر شکل نگاشت زیر، کدام است؟

$\bar{x}(\bar{X}) = (3/5 + X_1 + 0/5 X_2) \hat{e}_1 + (4 + X_2) \hat{e}_2 + X_3 \hat{e}_3$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0/5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & -0/5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0/5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0/5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- اگر حرکت جسم با نگاشت  $\vec{x} = (1+t)\vec{X}$  تعریف شود، مشتق تابع  $\phi(\vec{X}, t) = \vec{X}t^2$  در مختصات مادی کدام است؟

(۱)  $2\vec{X}t$

(۲)  $2\vec{X}t$

(۳)  $\frac{2\vec{X}t}{(1+t)^2}$

(۴)  $\frac{2\vec{X}t}{1+t}$

۲۱- با توجه به بردارهای زیر، حاصل  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$  کدام است؟ (نماد جایگشت  $e_{ijk}$ )

$\vec{a} = A_1\hat{e}_j, \vec{b} = A_2\hat{e}_k, \vec{c} = A_3\hat{e}_i$

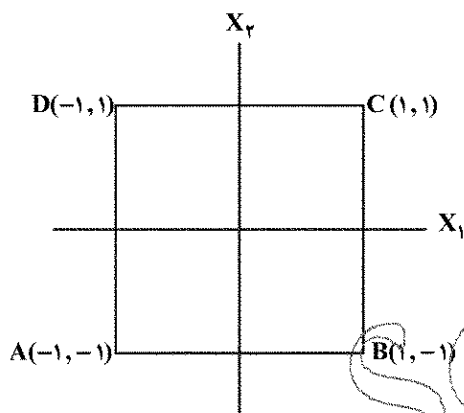
(۲)  $e_{ikj}A_{1i}A_{2j}A_{3k}$

(۴)  $e_{jik}A_{1i}A_{2j}A_{3k}$

(۱)  $e_{ijk}A_{1i}A_{2j}A_{3k}$

(۳)  $e_{kji}A_{1i}A_{2j}A_{3k}$

۲۲- کشیدگی قطر AC در مربع شکل زیر، تحت نگاشت  $\vec{x}(\vec{X}) = (2+X_1-X_2)\hat{e}_1 + (4-X_2)\hat{e}_2 - X_3\hat{e}_3$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{2}$

۲۳- در یک تغییر شکل همگن در دستگاه دکارتی، سطح مرجع  $X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 = 1$  به سطح  $9X_1^2 + X_2^2 + 4X_3^2 = 1$  تغییر یافته است. کشیدگی پاره خطی که در وضعیت مرجع در راستای  $\hat{e}_1 + \hat{e}_2$  است، کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{5}}{6}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۲۴- در مختصات کارتزینی متعامد سه بعدی، حاصل انتگرال  $\int_V (\vec{X} \cdot \vec{X})_{,jj} dV$ ، کدام است؟

(۲)  $3V$

(۴) صفر

(۱)  $6V$

(۳)  $2V$

۲۵- حرکت یک جسم به صورت،  $x_1 = X_1 + ktX_2$ ،  $x_2 = X_2 + ktX_3$ ،  $x_3 = X_3 + ktX_1$  می باشد و  $k$  ثابت است. اگر یک المان مادی در زمان  $t = 0$  در راستای  $\hat{e}_1 + \hat{e}_2$  باشد، آنگاه المان مذکور در زمان  $t = 1$  در کدام راستا خواهد بود؟

(۱)  $k(\hat{e}_1 + \hat{e}_2) + \hat{e}_2$  (۲)  $k(\hat{e}_1 + \hat{e}_2) + \hat{e}_1$

(۳)  $(1+k)(\hat{e}_1 + \hat{e}_2) + k\hat{e}_2$  (۴)  $(1+k)(\hat{e}_1 + \hat{e}_2) + k\hat{e}_1$

۲۶- در میدان سرعت:  $v_1 = kx_2$ ،  $v_2 = v_3 = 0$ ، نرخ کشیدگی المان خط بر واحد طول خط مادی  $d\bar{x} = dL(\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{5}k$

(۲)  $\frac{2}{5}k$

(۳)  $\frac{3}{5}k$

(۴)  $\frac{2}{3}k$

۲۷- اگر محیط پیوسته هیچ گونه تغییر شکلی نداشته باشد، کدام مورد در خصوص تانسور گرادیان تغییر شکل،  $(F = \frac{\partial x}{\partial X})$  درست است؟

(۱)  $F = I$  (۲)  $F = O$  (۳)  $F \neq F^{-1}$  (۴)  $F = F^T$

۲۸- میدان سرعت اولبری در یک محیط پیوسته به صورت زیر داده شده است. بیشترین نرخ کشیدگی پاره خطهای مادی در این محیط کدام است؟

$v_1 = x_1 + x_3$ ،  $v_2 = x_2$ ،  $v_3 = 2x_3$

(۱)  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$

(۳)  $\frac{-3+\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $\frac{-(3+\sqrt{2})}{4}$

۲۹- در یک تغییر شکل همگن در دستگاه دکارتی، تانسور گرادیان تغییر شکل به صورت زیر داده شده است. جهت گیری کدام یک از سطوح مرجع زیر پس از تغییر شکل ثابت می ماند؟

$$F = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(۱)  $2X_1 + X_2 = 2$

(۲)  $2X_1 - X_2 = 2$

(۳)  $X_1 - 2X_2 = 2$

(۴)  $X_1 + 2X_2 = 2$



۳۰- در یک محیط پیوسته، تانسور تنش کوشی، به صورت زیر داده شده است. اگر تغییر شکل در این محیط پیوسته به صورت  $x_1 = X_1 - 2X_3$ ,  $x_2 = 2X_3$ ,  $x_3 = -4X_2$  بیان شود، مؤلفه قائم تنش اول پیولا روی سطح مرجع  $2X_1 - X_2 + 2X_3 = 5$  کدام است؟

$$\sigma = \begin{bmatrix} 9 & -9 & 0 \\ -9 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 27 \end{bmatrix}$$

(۱) -۳۴

(۲) -۶۸

(۳) ۳۴

(۴) ۶۸

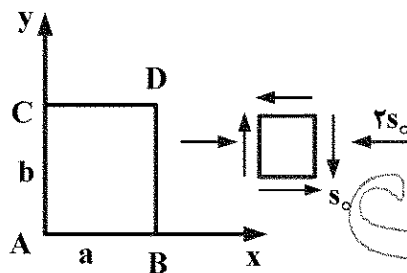
۳۱- اگر در یک وضعیت کلی تنش در یک نقطه از جسم، حداقل یک سطح بدون تنش وجود داشته باشد، باید در آن نقطه، کدام خاصیت موجود باشد؟

(۱) وضعیت تنش صفحه‌ای باشد.

(۲) تنش‌های قائم صفر باشند.

(۳) پایای اول تانسور تنش  $(I_1)$  صفر باشد.

۳۲- ورق نازکی با ابعاد  $a$  و  $b$  و ضخامت  $h$  تحت شرط تنش صفحه‌ای مطابق شکل زیر است. میزان تغییر زاویه قائمه



$\hat{A}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{(1+\nu)}{2E} s_0$

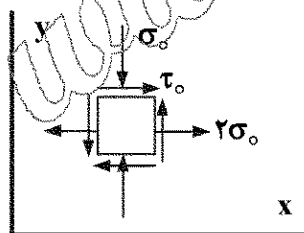
(۲)  $\frac{(1+\nu)}{E} s_0$

(۳)  $\frac{2(1+\nu)}{E} s_0$

(۴)  $\frac{3(1+\nu)}{E} s_0$

۳۳- المانی از ورق نازک به ضخامت  $h$  در حالت تنش صفحه‌ای به صورت زیر است. اگر  $E$  مدول الاستیسیته و  $\nu$

ضریب پواسون باشد، تغییر ضخامت ورق کدام است؟



(۱)  $\frac{-2\nu\sigma_0 h}{E}$

(۲)  $\frac{-\nu\sigma_0 h}{E}$

(۳)  $\frac{\nu\sigma_0 h}{E}$

(۴)  $\frac{2\nu\sigma_0 h}{E}$

۳۴- در صورتی که جابه جایی های مربوط به میدان کرنش (روابط زیر) در ناحیه همبند ساده تک مقدار باشند، نسبت  $\frac{A}{B}$ ،

$$\epsilon_{xx} = Ay^2 \quad \epsilon_{yy} = Ax^2 \quad \epsilon_{xy} = B(x^2y + xy^2)$$

کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{3}{2}$

۳۵- المانی تحت تنش تک محوری  $\sigma_x$  قرار دارد. کرنش حجمی آن کدام است؟

(۲)  $\frac{\sigma_x}{2E}(1-2\nu)$

(۱)  $\frac{\sigma_x}{E}(1-2\nu)$

(۴)  $\frac{\sigma_x}{E}(1-2\nu)$

(۳)  $\frac{\sigma_x}{2E}(1-\nu)$

۳۶- اگر تانسور تنش در نقطه ای  $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، بردار ترکشن در صفحه ای که با محورهای مختصات،

زوایای یکسان می سازد، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{3}}(i+j+k)$

(۲)  $\frac{1}{\sqrt{3}}(3i-2j+3k)$

(۳)  $\frac{1}{2}(4i-2j+4k)$

(۴)  $\frac{1}{\sqrt{2}}(2i+j+2k)$

۳۷- اگر تنش های اصلی در نقطه ای از یک جسم به صورت  $\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_3 = \sigma_0$  باشند، تنش برشی هشت وجهی

تنش انحراف کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_0$

(۳)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}\sigma_0$

(۴)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}\sigma_0$

۳۸- در تحلیل کرنش صفحه‌ای یک جامد الاستیک، اگر میدان کرنش به صورت زیر باشد، با فرض  $\lambda = \mu$  برای ثابت‌های لامه،  $\sigma_{xx}$  کدام است؟ ( $\epsilon_{xx} = 8kx_x$ ،  $\epsilon_{yy} = -12kx_x$ ،  $\epsilon_{zz} = 4kx_x$  و  $k$  ثابت است).

(۱)  $-32\mu kx_x$

(۲)  $-8\mu kx_x$

(۳) صفر

(۴)  $16\mu kx_x$

۳۹- جسمی تحت بارگذاری تک‌محوری با تنش نرمال  $\sigma_{11} = \sigma$  است. مؤلفه‌های تنش نرمال و تنش برشی روی

صفحه‌ای با بردار نرمال  $\vec{n} = \frac{1}{3}(2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3)$  کدام است؟

(۱) تنش نرمال  $\frac{4}{9}\sigma$ ، تنش برشی  $\frac{2\sqrt{5}}{9}\sigma$

(۲) تنش نرمال  $\frac{2}{9}\sigma$ ، تنش برشی  $\frac{2\sqrt{5}}{9}\sigma$

(۳) تنش نرمال  $\frac{1}{9}\sigma$ ، تنش برشی  $\frac{2\sqrt{5}}{9}\sigma$

(۴) تنش نرمال  $\frac{4}{9}\sigma$ ، تنش برشی  $\frac{\sqrt{5}}{9}\sigma$

۴۰- اگر در آزمون کشش ساده ماده در راستای محور  $x$ ، بارگذاری به گونه‌ای باشد که  $\sigma_y = \sigma_z = -\frac{1}{4}\sigma_x$ ، در این

صورت مدول یانگ ظاهری  $E^*$  و نسبت پواسون ظاهری  $\nu^*$  ماده بر حسب مدول یانگ واقعی  $E$  و نسبت پواسون واقعی  $\nu$  ماده کدامند؟

(۱)  $E^* = \frac{2E}{1+3\nu}$ ،  $\nu^* = \frac{4+2\nu}{1+3\nu}$

(۲)  $E^* = \frac{E}{2+\nu}$ ،  $\nu^* = \frac{1+3\nu}{2+\nu}$

(۳)  $E^* = \frac{2E}{2+\nu}$ ،  $\nu^* = \frac{1+3\nu}{4+2\nu}$

(۴)  $E^* = \frac{E}{1+3\nu}$ ،  $\nu^* = \frac{2+\nu}{1+3\nu}$

۴۱- در یک ورق نازک در صفحه  $xy$  که از ماده‌ای تراکم‌ناپذیر ساخته شده و در وضعیت تنش صفحه‌ای قرار دارد،

کرنش‌های درون این صفحه به صورت زیر داده شده‌اند. که در آنها  $f(x)$  تابعی فرد است. اگر کرنش‌ها در مبداء مختصات صفر باشند، نسبت ضخامت جدید ورق به ضخامت قدیم آن در نقطه  $(1,2)$  کدام است؟

$e_{xx} = ky^2$ ،  $e_{yy} = f(x)$ ،  $e_{xy} = k(1/5xy^2 + 2x^2y)$ ،  $k = 10^{-3}$

(۱)  $1/01$

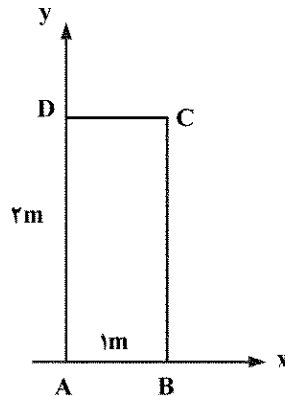
(۲)  $0/99$

(۳)  $C + 0/99$  و  $C$  ثابتی است که به مسئله بستگی دارد.

(۴)  $C + 1/01$  و  $C$  ثابتی است که به مسئله بستگی دارد.

- ۴۲- ورق شکل زیر به صورت مستطیل ABCD با اضلاعی به طول ۱ متر و ۲ متر در راستای محوره‌های X و Y مفروض است. با اعمال یک میدان جابه‌جایی خطی درون صفحه، مقادیر جابه‌جایی رئوس به صورت زیر داده شده‌اند. مقدار دوران صلب این مستطیل حول محور Z عمود بر صفحه، کدام است؟  
(u: جابه‌جایی در راستای محور X و v: جابه‌جایی در راستای محور Y)

	u (mm)	v (mm)
A	۳	۲
B	۶	۴
C	۱۴	۱۲
D	۱۱	۱۰



(۱) صفر

(۲) ۰/۰۰۱

(۳) ۰/۰۰۲

(۴) ۰/۰۰۳

- ۴۳- تابع تنش آیری در یک مسئله تنش صفحه‌ای در صفحه XY به صورت  $\phi = 4x^2y^3 + C_1y^5 - 6x^2y^2 - C_2x^5$  داده شده است که در آن  $C_1$  و  $C_2$  ثابت هستند. با صرف نظر از نیروهای حجمی، بزرگ‌ترین مقدار تنش اصلی در نقطه (۱,۱) کدام است؟

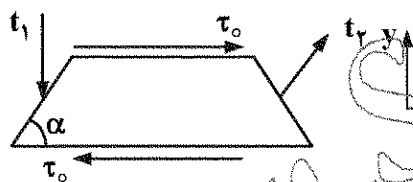
(۴) ۲۰

(۳) ۱۶

(۲) ۱۲

(۱) ۴

- ۴۴- ورق نازک به شکل دوزنقه بسیار کوچک متساوی الساقین در یک میدان تنش صفحه‌ای یکنواخت قرار دارد. بردار تنش روی لبه‌های افقی آن به صورت برشی و روی لبه مورب سمت چپ مطابق شکل زیر در راستای Y است. تنش قائم روی لبه مورب سمت راست، کدام است؟



(۱)  $\tau_0 \sin 2\alpha$

(۲)  $\tau_0 \sin \alpha$

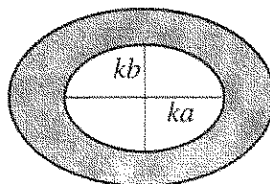
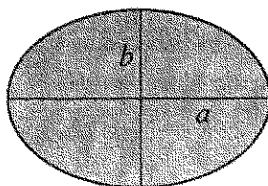
(۳)  $\frac{1}{2} \tau_0 \sin \alpha$

(۴)  $\frac{1}{2} \tau_0 \sin 2\alpha$

- ۴۵- تابع تنش برای پیچش مقطع بیضی توپر نشان داده شده، مطابق زیر است. مقطع توپر را با برداشتن بخش بیضی مشابه با بیضی مرز، توخالی می‌کنیم. اگر به ازای لنگر پیچشی یکسان، حداکثر تنش برشی در مقطع بیضی توخالی دو برابر این تنش در مقطع بیضی توپر باشد، مقدار ضریب k کدام است؟

$$\phi = \frac{a^3 b^3 \mu \alpha}{a^2 + b^2} \left[ 1 - \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \right) \right], T = \frac{\pi a^3 b^3 \mu \alpha}{a^2 + b^2}$$

(T لنگر پیچشی وارد شده،  $\alpha$  زاویه پیچش بر واحد طول و  $\mu$  مدول برشی است.  $a > b$ )



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(۳)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

(۴)  $\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$