

کد کنترل

276

E

276E



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته فوتونیک – کد (۲۲۳۹)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: فیزیک مدرن – مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته – الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- طول عمر یک ذره در حال سکون 3ns است. اگر این ذره با تندی $0.8c$ نسبت به زمین در حرکت باشد، مسافتی

که در طول عمر خود نسبت به ناظر ساکن در زمین طی می‌کند، چند متر است؟ (c سرعت نور در خلأ است).

(۱) 0.4

(۲) 0.8

(۳) 1.2

(۴) 2.4

۲- ذره‌ای در راستای محور x با تندی $0.6c$ در حرکت است. در یک لحظه معین این ذره تلاشی یافته و از خود ذره

دیگری گسیل می‌کند که هم راستا و هم جهت با حرکت ذره اولیه بوده و تندی آن نسبت به ذره اولیه $0.2c$ است.

تندی ذره دوم نسبت به آزمایشگاه کدام است؟

(۱) $0.34c$

(۲) $0.40c$

(۳) $0.69c$

(۴) $0.80c$

۳- از دید ناظری که با سرعت $0.8c$ در امتداد سیم مستقیمی که دارای بار الکتریکی با توزیع یکنواخت است، حرکت

می‌کند، چگالی بار سیم λ است. چگالی بار ساکن نسبت به سیم چقدر است؟

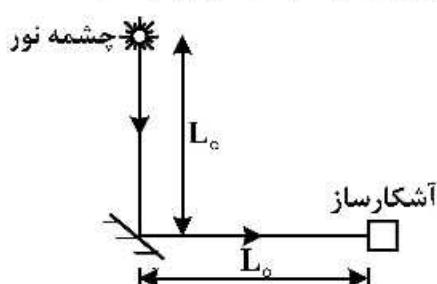
(۱) $\frac{3}{5}\lambda$

(۲) $\sqrt{\frac{3}{5}}\lambda$

(۳) $\frac{5}{3}\lambda$

(۴) $\sqrt{\frac{5}{3}}\lambda$

- ۴- مطابق شکل زیر، جرقه نور تولید شده از چشمه نور پس از برخورد به آینه به یک آشکارساز می‌رسد. سرعت ناظری که فاصله زمانی بین این دو پدیده را کمینه اندازه می‌گیرد و مقدار این زمان کمینه به ترتیب چقدر است؟



$$(1) \sqrt{2} \frac{L_0}{c}, \frac{1}{2} c$$

$$(2) \sqrt{2} \frac{L_0}{c}, \frac{\sqrt{2}}{2} c$$

$$(3) 2 \frac{L_0}{c}, \frac{1}{2} c$$

$$(4) 2 \frac{L_0}{c}, \frac{\sqrt{2}}{2} c$$

- ۵- فوتونی با طول موج λ توسط ذره ساکنی به جرم m_0 جذب شده و ذره‌ای با جرم سکون m_0 تولید می‌شود. طول موج فوتون جذب شده چند برابر $\frac{h}{m_0 c}$ است؟

$$(1) \frac{1}{12}$$

$$(2) \frac{1}{6}$$

$$(3) \frac{1}{5}$$

$$(4) \frac{1}{24}$$

- ۶- یکی از طول موج‌های گسیلی از خطوط طیف اتمی در کهکشان A، 42° نانومتر است. طول موج مذکور بر روی طیف‌سنج زمینی 60° نانومتر ثبت می‌شود. کهکشان B نیز دارای همان خط طیفی 42° نانومتر است که بر روی طیف‌سنج زمینی 84° نانومتر ثبت می‌شود، اگر هر دو کهکشان در یک جهت در حال دور شدن از زمین باشند، تندی کهکشان B نسبت به کهکشان A چند برابر c است؟

$$(1) 0.17$$

$$(2) 0.21$$

$$(3) 0.26$$

$$(4) 0.32$$

- ۷- یک لامپ تلویزیون با پتانسیل شتاب‌دهنده 20 kV کار می‌کند. بیشینه انرژی پرتوهای ایکس تولید شده در این تلویزیون چند آنگستروم است؟

$$(1) 2.4$$

$$(2) 1.2$$

$$(3) 0.6$$

$$(4) 0.3$$

- ۸- دمای سطح خورشید 6000 K و دمای سطح ستاره‌ای دیگر 3000 K است. اگر توان تابشی این ستاره 100 برابر توان تابشی خورشید باشد، شعاع ستاره چند برابر شعاع خورشید است؟

(۱) ۱۶
(۲) ۴۰
(۳) ۱۶۰
(۴) ۴۰۰

- ۹- تندی یک الکترون که $\frac{m}{s} \times 10^3$ است با خطای 0.002 درصد اندازه‌گیری شده است. با توجه به رابطه عدم قطعیت

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

حداقل عدم قطعیت در تعیین مکان این الکترون تقریباً چند میلی‌متر است؟ $(m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg})$

(۱) ۰/۰۶
(۲) ۶
(۳) ۰/۶
(۴) ۶۰

- ۱۰- ذرات آلفا با انرژی جنبشی 5 MeV از یک ورقه طلا ($Z = 79$) به ضخامت یک میکرون پراکنده می‌شوند. مرتبه بزرگی کسری از ذرات آلفای فرودی که تحت زاویه $\theta \geq 90^\circ$ پراکنده می‌شوند، چقدر است؟ (جرم مولی طلا

$$197 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{جرم حجمی طلا } 19.3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 1/44\text{ eV}\cdot\text{nm} \text{ است.})$$

(۱) 10^{-2}
(۲) 10^{-4}
(۳) 10^{-6}
(۴) 10^{-8}

- ۱۱- نسبت احتمال گسیل خودبه‌خودی به گسیل القایی برای دستگاهی متشکل از اتم‌ها و تابش گرمایی که در تعادل گرمایی در دمای اتاق ($T = 300\text{ K}$) هستند، چقدر است؟

(۱) ۰/۰۰۴
(۲) ۱/۰۴
(۳) ۰/۰۴
(۴) ۱/۰۰۴

- ۱۲- در لامپ‌های LED تجاری که در ناحیه نورمرئی طراحی شده‌اند، نیمه‌رساناهای نوع n و p آن به ترتیب از راست به چپ از کدام مواد ساخته شده‌اند؟

(۱) گالیم آلاییده با فسفر، گالیم آلاییده با آرسنیک
(۲) گالیم آلاییده با آرسنیک، گالیم آلاییده با فسفر
(۳) ژرمانیوم آلاییده با آرسنیک، گالیم آلاییده با فسفر
(۴) سلیسیوم آلاییده با فسفر، سلیسیوم آلاییده با بیسموت

۱۳- در یک نیمه‌رسانای جامد، جرم الکترون در نوار رسانش $0.5m_e$ و جرم حفره در نوار ظرفیت $0.25m_e$ است که m_e جرم یک الکترون در خلأ است. اکسیتون حالت مقید تشکیل شده از یک الکترون در نوار رسانش و یک حفره در نوار ظرفیت است. انرژی حالت پایه اکسیتون در نیمه‌رسانای معرفی شده تقریباً چند برابر انرژی حالت پایه اتم هیدروژن است؟

(۱) 0.4

(۲) 2.5

(۳) 0.25

(۴) 0.04

۱۴- نوری با بسامدی معین از یک لیزر گسیل می‌شود و بر نمونه‌ای از مولکول‌هایی که گشتاور لختی هر یک I است،

می‌تابد. ترازهای انرژی هر مولکول را به صورت $\frac{j(j+1)\hbar^2}{2I}$ در نظر بگیرید. اگر در گذارهای چرخشی رامن $\Delta j = \pm 2$

باشد، اختلاف بسامد نور پراکنده شده با نور فرودی کدام دسته از مقادیر را می‌تواند اختیار کند؟ (\hbar ثابت پلانک است.)

(۱) $\frac{4\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{\hbar}{4\pi^2 I}$

(۲) $\frac{\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{3\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{4\hbar}{4\pi^2 I}$

(۳) $\frac{4\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{4\hbar}{4\pi^2 I}$

(۴) $\frac{\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{4\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}, \frac{2\hbar}{4\pi^2 I}$

۱۵- در یک بمب هیدروژنی واکنش هم‌جوشی $2^1\text{H} \rightarrow 2^3\text{He} + 2^4\text{He} + 1^1\text{H} + 2n$ رخ می‌دهد. مقدار انرژی حرارتی تولید شده در این واکنش چند MeV است؟

$\left(m_n = 941 \frac{\text{MeV}}{c^2}, m_{2^1\text{H}} = 1878.5 \frac{\text{MeV}}{c^2}, m_{2^3\text{He}} = 2813 \frac{\text{MeV}}{c^2}, m_{2^4\text{He}} = 3723 \frac{\text{MeV}}{c^2}, m_{1^1\text{H}} = 940 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right)$

(۱) ۲۴

(۲) ۱۶

(۳) ۱۶۰

(۴) ۲۴۰

۱۶- دو عملگر \hat{A} و \hat{B} دارای خاصیت $\hat{A}f(q) = f(q + \ell)$ و $\hat{B}f(q) = f(-q)$ هستند. حاصل

$\exp(\hat{A} \hat{B} \hat{A} \hat{B}) f(q)$ کدام است؟

(۱) $e^1 f(q)$

(۲) $e^{-1} f(q)$

(۳) $e^{\frac{q}{\ell}} f(q)$

(۴) $e^{-\frac{q}{\ell}} f(q)$

۱۷- معادله شرودینگر مستقل از زمان برای ذره‌ای به جرم m در پتانسیل $V(\vec{r})$ در فضای تکانه برحسب

$$V(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int V(\vec{r}) e^{\frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}}{\hbar}} d^3r$$

کدام است؟

$$\frac{p^2}{2m} \phi(\vec{p}) + \iint V(\vec{p}') e^{-\frac{i(\vec{p}'-\vec{p})\cdot\vec{r}}{\hbar}} \phi(\vec{p}') d^3r d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (1)$$

$$\frac{p^2}{2m} \phi(\vec{p}) + \iint V(\vec{p}' - \vec{p}) e^{\frac{i(\vec{p}' - \vec{p})\cdot\vec{r}}{\hbar}} \phi(\vec{p}') d^3r d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (2)$$

$$\frac{p^2}{2m} \phi(\vec{p}) + \int V(\vec{p}') \phi(\vec{p}') d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (3)$$

$$\frac{p^2}{2m} \phi(\vec{p}) + \int V(\vec{p}' - \vec{p}) \phi(\vec{p}') d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (4)$$

۱۸- هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = \epsilon_1 a^\dagger a + \epsilon_2 b^\dagger b + \epsilon_{12} (a^\dagger b + b^\dagger a)$ است. عملگرهای a و b در روابط

جابه‌جاگری $[a, b] = [a, b^\dagger] = 0$ و $\{a, a\} = \{b, b\} = 0$ و $\{a, a^\dagger\} = \{b, b^\dagger\} = 1$ صدق

می‌کنند. اگر عملگر N به شکل $N = a^\dagger a + b^\dagger b$ تعریف شود، در تصویر هایزنبرگ حاصل $\frac{dN}{dt}$ کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{i\epsilon_{12}}{\hbar} (a^\dagger b + b^\dagger a) \quad (2)$$

$$\frac{2i\epsilon_{12}}{\hbar} (a^\dagger a b^\dagger b) \quad (3)$$

$$\frac{i\epsilon_{12}}{\hbar} (a^\dagger b - b^\dagger a) \quad (4)$$

۱۹- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی به شکل $H = \hbar\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \hbar\Omega(a^\dagger + a)$ است که در آن ω و Ω ضرایبی

مثبت هستند و $|a, a^\dagger| = 1$. عملگر $b = a + \gamma I$ که γ ضریبی حقیقی و ثابت و I عملگر واحد است، چنان

تعریف می‌شود که هامیلتونی به شکل $H = \hbar\omega b^\dagger b + \beta I$ درآید. مقدار ضریب‌های γ و β کدامند؟

$$\beta = \hbar(\frac{\omega}{2} + \frac{\Omega^2}{\omega}), \gamma = \frac{\Omega}{\omega} \quad (1)$$

$$\beta = \hbar(\frac{\omega}{2} + \frac{\Omega^2}{\omega}), \gamma = -\frac{\Omega}{\omega} \quad (2)$$

$$\beta = \hbar(\frac{\omega}{2} - \frac{\Omega^2}{\omega}), \gamma = \frac{\Omega}{\omega} \quad (3)$$

$$\beta = \hbar(\frac{\omega}{2} - \frac{\Omega^2}{\omega}), \gamma = -\frac{\Omega}{\omega} \quad (4)$$

۲۰- یک ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ با ممان مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی وابسته به زمان $\vec{B}(t)$ که در راستای z است قرار

می گیرد. اگر در لحظه $t = 0$ بردار حالت ذره $\begin{pmatrix} \cos \alpha e^{-i\beta} \\ \sin \alpha e^{i\beta} \end{pmatrix}$ باشد، راستای \hat{n} که اندازه گیری اسپین در آن راستا در

لحظه دلخواه $t > 0$ مقدار $\frac{\hbar}{4}$ را نتیجه دهد، کدام است؟ (θ و φ راستای \hat{n} را در مختصات کروی مشخص می کنند).

$$\theta = 2\alpha, \varphi = 2\beta + \frac{2\mu}{\hbar} B(t) \quad (1)$$

$$\theta = 2\alpha, \varphi = 2\beta + \frac{2\mu}{\hbar} \int_0^t B(t') dt' \quad (2)$$

$$\theta = \alpha, \varphi = \beta + \frac{\mu}{\hbar} B(t) \quad (3)$$

$$\theta = \alpha, \varphi = \beta + \frac{\mu}{\hbar} \int_0^t B(t') dt' \quad (4)$$

۲۱- ذره ای به جرم m درون استوانه ای به شعاع a و ارتفاع L محبوس است. در دستگاه مختصاتی که محور z منطبق بر محور استوانه و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز قاعده پایین استوانه باشد، تابع موج ذره در مختصات استوانه ای کدام است؟ (A ضریب بهنجارش، $J_m(x)$ و $N_m(x)$ توابع بسل و نویمن مرتبه m و k_{mv} برابر با v آمین صفر

تابع $J_m(x)$ یا $N_m(x)$ است. $\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A N_m \left(\frac{k_{mv}}{a} \rho \right) \sinh \left(\frac{n\pi z}{L} \right) \sin(m\varphi) \quad (1)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A J_m \left(\frac{k_{mv}}{a} \rho \right) \sinh \left(\frac{n\pi z}{L} \right) e^{im\varphi} \quad (2)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A N_m \left(\frac{k_{mv}}{a} \rho \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) \sin(m\varphi) \quad (3)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A J_m \left(\frac{k_{mv}}{a} \rho \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) e^{im\varphi} \quad (4)$$

۲۲- تبدیل فوریه انتشارگر ذره ای به جرم m به شکل زیر داده شده است.

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \int_0^\infty dt e^{iEt/\hbar} K(x, t; x', 0) = A \sum_{n=1}^\infty \frac{\sin(nrx) \sin(nrx')}{E - \frac{\hbar^2 r^2}{2m}}$$

که A و r ضرایب ثابتی هستند. این ذره تحت تأثیر چه پتانسیلی قرار دارد؟

$$(1) \text{ نوسانگر هماهنگ یک بُعدی با بسامد زاویه ای } \frac{\hbar\pi}{mr^2}$$

$$(2) \text{ چاه پتانسیل نامتناهی یک بُعدی با عرض } \frac{1}{r}$$

$$(3) \text{ چاه پتانسیل نامتناهی یک بُعدی با عرض } \frac{\pi}{r}$$

$$(4) \text{ نوسانگر هماهنگ یک بُعدی با بسامد زاویه ای } \frac{\hbar}{mr^2}$$

۲۳- ویژه حالت تکانه زاویه‌ای مداری $\langle \ell = 2, m = 0 \rangle$ را در نظر بگیرید. فرض کنید این حالت به اندازه θ حول محور y دوران یابد. $p(m)$ احتمال به دست آوردن حالت‌های جدید در ± 2 و ± 1 و $m = 0$ کدام است؟

$$p(0) = \cos^2 \theta, \quad p(\pm 1) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \quad (۱)$$

$$p(0) = \cos^2 \theta, \quad p(\pm 1) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \quad (۲)$$

$$p(0) = \frac{1}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)^2, \quad p(\pm 1) = \frac{3}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{3}{8} \sin^4 \theta \quad (۳)$$

$$p(0) = \frac{1}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)^2, \quad p(\pm 1) = \frac{3}{8} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{3}{4} \sin^4 \theta \quad (۴)$$

۲۴- برای دو ذره ۱ و ۲ هر یک با اسپین $\frac{1}{2}$ حالت‌های $|\pm\rangle_1 |\pm\rangle_2$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای \hat{S}_1^z و \hat{S}_{1z}

$(\hat{S}_1^z, \hat{S}_{1z})$ هستند. اگر حالت $|s, m\rangle$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای \hat{S}_z و \hat{S}^z باشد که $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ و بنویسیم:

$$\begin{pmatrix} |1, 1\rangle \\ |1, 0\rangle \\ |0, 0\rangle \\ |1, -1\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |+\rangle_1 |+\rangle_2 \\ |+\rangle_1 |-\rangle_2 \\ |-\rangle_1 |+\rangle_2 \\ |-\rangle_1 |-\rangle_2 \end{pmatrix}$$

حاصل عملگر $e^{i\pi U}$ بر حسب U و I (ماتریس 4×4 واحد) کدام است؟

$$-I \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (-I + iU) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (I + iU) \quad (۳)$$

$$iU \quad (۴)$$

۲۵- اگر H هامیلتونی یک سیستم کوانتومی باشد، کدام سیستم دارای هر دو تقارن پاریته و وارونی زمان است؟

$(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$ و δ ضرایب حقیقی و \vec{r} عملگر مکان، \vec{p} عملگر تکانه خطی، \vec{L} عملگر تکانه زاویه‌ای مداری و \vec{S} عملگر اسپین ذاتی است.

$$H = \alpha \vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{\gamma}{r} \vec{r} \cdot \vec{S} \quad (۱)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{\beta}{r} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (۲)$$

$$H = \alpha \vec{r} \cdot \vec{p} + \frac{\delta}{r^2} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (۳)$$

$$H = \frac{p^2}{2m} + \xi \vec{p} \cdot \vec{L} \quad (۴)$$

۲۶- بعضی از مولکول‌های دو اتمی (مثلاً NaCl) دارای گشتاور دو قطبی الکتریکی \vec{p} هستند. در حضور میدان

الکتریکی خارجی یکنواخت $E_0 \hat{z}$ هامیلتونی مولکولی به شکل $H = \frac{L^2}{2I} - pE_0 \cos \theta$ است که

$L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ لختی دورانی مولکول و θ زاویه قطبی در مختصات کروی است. تا اولین مرتبه غیر صفر

$$\left(Y_1^0(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_0^0(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \right) \quad \frac{p^2 E_0 I}{\hbar^2}$$

$$- \frac{1}{3} \frac{p^2 E_0 I}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \frac{p^2 E_0 I}{\hbar^2} \quad (2)$$

$$\frac{\hbar^2}{I} - pE_0 + \frac{2}{3} \frac{p^2 E_0 I}{\hbar^2} \quad (3)$$

$$\frac{\hbar^2}{I} - pE_0 - \frac{1}{3} \frac{p^2 E_0 I}{\hbar^2} \quad (4)$$

۲۷- ذره‌ای به جرم m در لحظه $t = 0$ ابتدا در حالت پایه چاه پتانسیل یک بعدی بی‌نهایت که دیواره‌هایش در $x = 0$ و

$x = a$ است، قرار دارد. این ذره در بازه $0 \leq t < \infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی وابسته به زمان

$V(x, t) = \beta x^2 e^{-t/\tau}$ قرار می‌گیرد که τ و β ثابت‌های مثبتی هستند. تا مرتبه اول اختلال وابسته به زمان، احتمال این که در $t \rightarrow \infty$ ذره در اولین حالت برانگیخته انرژی باشد، چقدر است؟ اگر $\langle x | 1 \rangle$ و $\langle x | 2 \rangle$ توابع

موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ذره در چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی باشند $\left[\langle 2 | x^2 | 1 \rangle = -\frac{16}{9} \frac{a^2}{\pi^2} \right]$

$$\left(\frac{16a^2 \tau \beta}{3\hbar\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{3\hbar^2 \pi^2 \tau^2}{4m^2 a^4} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$\left(\frac{4a^2 \tau \beta}{9\hbar\pi^2} \right)^2 \left(1 + \frac{9\hbar^2 \pi^2 \tau^2}{4m^2 a^4} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\left(\frac{4a^2 \tau \beta}{3\hbar\pi^2} \right)^2 \left(1 + \frac{3\hbar^2 \pi^2 \tau^2}{4m^2 a^4} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\left(\frac{16a^2 \tau \beta}{9\hbar\pi^2} \right)^2 \left(1 + \frac{9\hbar^2 \pi^2 \tau^2}{4m^2 a^4} \right)^{-1} \quad (4)$$

۲۸- به روش وردش و با تابع موج آزمون $\psi(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$ انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی

$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{1 \times 3 \times 5 \dots (2n-3)}{2 \times 4 \times 6 \dots (2n-2)} \frac{\pi}{a^{2n-1}} ; n = 2, 3, \dots \right) \quad H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

$$\frac{1}{2} \hbar \omega \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \omega \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \hbar \omega \quad (3)$$

$$2 \hbar \omega \quad (4)$$

۲۹- دامنه پراکندگی ذرات پر انرژی به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از پتانسیل یوکاوا $V(r) = V_0 a \frac{e^{-r/a}}{r}$ تا تقریب

$$\text{مرتبه اول بورن به شکل } f(\theta) \approx \frac{-2mV_0 a^2}{\hbar^2} \frac{1}{1 + k^2 a^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \quad \text{که } \theta \text{ زاویه بین راستای موج (ذرات)}$$

فرودی و راستای مشاهده (آشکارساز) است. سطح مقطع کل پراکندگی کدام است؟

$$\left(\frac{2m^2 V_0^2 a^4}{\hbar^4} \right) \pi (1 + k^2 a^2) \ln(1 + k^2 a^2) \quad (1)$$

$$\left(\frac{2m^2 V_0^2 a^4}{\hbar^4} \right) \pi \ln(1 + k^2 a^2) \quad (2)$$

$$\left(\frac{2m^2 V_0^2 a^4}{\hbar^4} \right) \frac{\pi}{1 + k^2 a^2} \quad (3)$$

$$\left(\frac{2m^2 V_0^2 a^4}{\hbar^4} \right) \frac{\pi (1 + k^2 a^2)}{1 + k^2 a^2} \quad (4)$$

۳۰- در پراکندگی کشسان ذره‌ای به جرم m با انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ و تکانه زاویه‌ای $\ell = 0$ (پراکندگی موج S) از

پتانسیل متقارن و کروی $V(r) = \begin{cases} -V_0 & 0 < r \leq a \\ 0 & r \geq a \end{cases}$ ($V_0 > 0$) تابع موج شعاعی در ناحیه $0 < r \leq a$

به صورت $R(r) = C_1 \frac{\sin(qr)}{r}$ و در ناحیه $r \geq a$ به صورت $R(r) = C_2 \frac{\sin(kr + \delta_0)}{r}$ است که

$$q^2 = \frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}. \text{ سطح مقطع کل پراکندگی در انرژی‌های پایین } E \ll V_0 \text{ کدام است؟}$$

$$\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} + 1 \right)^2 \quad (۱)$$

$$4\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} + 1 \right)^2 \quad (۲)$$

$$\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} - 1 \right)^2 \quad (۳)$$

$$4\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} - 1 \right)^2 \quad (۴)$$

۳۱- مرزهای یک ناحیه دو بعدی (نامتناهی در امتداد z) $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 1$ در پتانسیل صفر نگه داشته شده‌اند. در

داخل حجم این ناحیه بار الکتریکی به‌طور یکنواخت توزیع شده است. به‌طوری‌که چگالی آن در واحد طول امتداد z ,

برابر واحد است. با تابع پتانسیل آزمون $\phi(x, y) = Ax y(1-x)(1-y)$ و روش وردش بهترین مقدار A کدام

است؟ (راهنمایی: وردش معادله $\nabla^2 \phi = -\rho$ منجر به معادله پواسون می‌شود) ($\epsilon_0 = 1$)

$$\frac{2}{5} \quad (۱)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{4} \quad (۴)$$

۳۲- بار نقطه‌ای Q در فاصله d از مرکز یک پوسته رسانای کروی به شعاع R ($d > R$) که در پتانسیل صفر نگه داشته

شده است، قرار دارد. کار لازم برای بردن بار نقطه‌ای Q به فاصله بی‌نهایت از مرکز پوسته کروی چقدر است؟

$$\frac{Q^2 R}{4\pi \epsilon_0 (d^2 - R^2)} \quad (۱)$$

$$\frac{Q^2 R}{4\pi \epsilon_0 (d^2 - R^2)} \quad (۲)$$

$$-\frac{Q^2 R}{4\pi \epsilon_0 (d^2 - R^2)} \quad (۳)$$

$$-\frac{Q^2 R}{4\pi \epsilon_0 (d^2 - R^2)} \quad (۴)$$

۳۳- تابع گرین معادله لاپلاس برای فضای آزاد (بدون مرز) دو بُعدی (نامتناهی در امتداد z) در مختصات استوانه‌ای،

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \cos n\theta = -\frac{1}{2} \ln(1 - 2x \cos \theta + x^2) \right] \text{ داریم } x < 1 \text{ برای } x \text{ کدام است؟ } G(\rho, \varphi; \rho', \varphi')$$

$$-2 \ln \rho_{<} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (1)$$

$$-2 \ln \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (2)$$

$$-2 \ln \rho_{>} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (3)$$

$$-2 \ln \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (4)$$

۳۴- پتانسیل الکتریکی در فضای بین دو صفحه تخت نامتناهی رسانا واقع در $z = 0$ و $z = L$ که بار نقطه‌ای q در نقطه $z = z_0$ ($0 < z_0 < L$) از این فضا قرار دارد برحسب توابع بسل I_0 و K_0 کدام است؟ (دو صفحه تخت رسانا در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند.)

$$\frac{q}{\pi \in_0 L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{n\pi z_0}{L} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) K_0 \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \quad (1)$$

$$\frac{q}{\pi \in_0 L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{n\pi z_0}{L} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) I_0 \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \quad (2)$$

$$\frac{q}{\pi \in_0 L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{n\pi z_0}{L} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) K_0 \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \quad (3)$$

$$\frac{q}{\pi \in_0 L} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{n\pi z_0}{L} \right) \sin \left(\frac{n\pi z}{L} \right) I_0 \left(\frac{n\pi \rho}{L} \right) \quad (4)$$

۳۵- بار الکتریکی Q به صورت غیریکنواخت روی سطح کره‌ای به شعاع R متناسب با $\sin^2 \theta \cos^2 \varphi$ توزیع شده است. θ و φ زاویه قطبی و سمتی در دستگاه مختصات کروی است که مبدأ آن منطبق بر مرکز کره است. بردار گشتاور دو قطبی الکتریکی وابسته به این توزیع بار کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{QR}{\lambda} (\hat{r}_i - \hat{r}_j) \quad (2)$$

$$\frac{QR}{\lambda} (\hat{r}_i + \hat{k}) \quad (3)$$

$$\frac{3QR}{4} \hat{i} \quad (4)$$

۳۶- پتانسیل الکتریکی یک توزیع بار در فضای اطراف آن تا مرتبه چهار قطبی الکتریکی به صورت:

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi(o) + \sum_i x_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}(o) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i x_j \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}(o) + \dots$$

است. بارهای نقطه‌ای $+q$ و $-q$ به ترتیب در نقاط $z = a$ و $z = -a$ از محور z واقع‌اند. انرژی الکتریکی برهم‌کنش بارهای نقطه‌ای با توزیع بار تا مرتبه چهار قطبی کدام است؟

$$2aq \frac{\partial \phi}{\partial z}(o) \quad (1)$$

$$2q\phi(o) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(o) \quad (2)$$

$$2aq \frac{\partial \phi}{\partial z}(o) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(o) \quad (3)$$

$$2q\phi(o) + 2aq \frac{\partial \phi}{\partial z}(o) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(o) \quad (4)$$

۳۷- برای یک توزیع بار حجمی در فضا با چگالی $\rho(\vec{r}) = \rho_o \left(\frac{r}{R} \right)^2 e^{-\frac{r}{R}} \cos^2 \theta$ کدام یک از گشتاورهای چند قطبی

کروی q_{lm} غیر صفراند؟ (((r, θ, ϕ) مختصات کروی یک نقطه از فضا است.)

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_{20} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1), \quad Y_{22} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{4\pi}} (\Delta \cos^2 \theta - 2) \cos \theta$$

$$q_{2,0}, q_{1,0}, q_{0,0} \quad (1)$$

$$q_{2,0}, q_{1,0} \quad (2)$$

$$q_{2,0}, q_{2,2}, q_{1,0} \quad (3)$$

$$q_{2,0}, q_{0,0} \quad (4)$$

۳۸- در ناحیه‌ای خارج از مبدأ مختصات توزیع جریانی به شکل $\vec{J} = J(r, \theta)\hat{\phi}$ (در مختصات کروی) وجود دارد. پتانسیل برداری مغناطیسی در نقاط داخل این توزیع جریان کدام است؟

$$Y_{\ell m}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(\cos\theta) e^{im\varphi}$$

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{r_{>}^{\ell+1}} \frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi') Y_{\ell m}(\theta, \varphi)$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^3x' r'^{-(\ell+1)} P_{\ell}^m(\cos\theta') J(r', \theta') \right] r^{\ell} P_{\ell}^m(\cos\theta) \hat{\theta} \quad (۱)$$

$$\vec{A}(r, 0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^3x' r'^{-(\ell+1)} P_{\ell}^1(\cos\theta') J(r', \theta') \right] r^{\ell} P_{\ell}^1(\cos 0) \hat{\phi} \quad (۲)$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^3x' r'^{\ell} P_{\ell}^m(\cos\theta') J(r', \theta') \right] r^{\ell} P_{\ell}^m(\cos\theta) \hat{\theta} \quad (۳)$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^3x' r'^{\ell} P_{\ell}^1(\cos\theta') J(r', \theta') \right] r^{\ell} P_{\ell}^1(\cos\theta) \hat{\phi} \quad (۴)$$

۳۹- اگر $\vec{A}(\vec{x}, t)$ و $\Phi(\vec{x}, t)$ به ترتیب پتانسیل‌های الکتریکی و مغناطیسی و $\rho(\vec{x}, t)$ چگالی حجمی بار الکتریکی

باشند، در چه شرایطی رابطه $\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ در محیط خلأ برقرار است؟

$$(۱) \text{ به شرط آن که } \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \text{ باشد.}$$

$$(۲) \text{ به شرط آن که } \vec{\nabla} \Phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \text{ باشد.}$$

$$(۳) \text{ به شرط آن که } \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \text{ باشد.}$$

$$(۴) \text{ همواره برقرار است.}$$

۴۰- اگر $\rho(\vec{x}', t) = \rho(\vec{x}', t - \frac{R}{c})$ باشد که در آن $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}'$ و $R = |\vec{R}|$ ، کدام رابطه همواره درست است؟

$$(۱) \vec{\nabla}' [\rho]_{\text{ret}} = [\vec{\nabla}' \rho]_{\text{ret}} - \rho \frac{\dot{\vec{R}}}{R^2}$$

$$(۲) \vec{\nabla}' [\rho]_{\text{ret}} = [\vec{\nabla}' \rho]_{\text{ret}} + \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t'} \right]_{\text{ret}} \frac{\dot{\vec{R}}}{R}$$

$$(۳) \vec{\nabla}' [\rho]_{\text{ret}} = [\vec{\nabla}' \rho]_{\text{ret}} + \rho \frac{\dot{\vec{R}}}{R^2}$$

$$(۴) \vec{\nabla}' [\rho]_{\text{ret}} = [\vec{\nabla}' \rho]_{\text{ret}} - \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t'} \right]_{\text{ret}} \frac{\dot{\vec{R}}}{R}$$

۴۱- یک موج تخت الکترومغناطیسی با بسامد زاویه‌ای ω از فضای آزاد با ضریب شکست $n=1$ عمود بر سطح یک ماده غیرمغناطیسی ($\mu=\mu_0$) رسانا که رسانندگی آن σ است می‌تابد. ضریب شکست این ماده $n' = c\sqrt{\epsilon\mu}$ است که $\epsilon = \frac{i\sigma}{\omega}$. اگر E_0 دامنه موج فرودی و E''_0 دامنه موج بازتابی باشد، کدام عبارت بیانگر ضریب بازتاب

$$R = \left| \frac{E''_0}{E_0} \right|^2 \text{ بر حسب عمق پوسته } \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \text{ است؟}$$

$$(1) \frac{4c^2 + 2c^2\delta^2\omega^2}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$$

$$(2) \frac{2c^2\delta^2\omega^2 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$$

$$(3) \frac{4c^2 + 2c^2\delta^2\omega^2 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$$

$$(4) \frac{4c^2 + \delta^4\omega^4}{(2c^2 + 2c\delta\omega + \delta^2\omega^2)^2}$$

۴۲- یک سیم مستقیم نامتناهی در امتداد محور z در نظر بگیرید. اگر جریانی به صورت $I(t) = q_0\delta(t)$ از سیم بگذرد که t زمان و $\delta(t)$ تابع دلتای دیراک است، میدان الکتریکی در نقطه‌ای از فضا به فاصله ρ ($t > \frac{\rho}{c}$) از سیم کدام است؟

$$(1) \frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi} \frac{ct}{\rho\sqrt{c^2t^2 - \rho^2}} \hat{z}$$

$$(2) \frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi} \frac{ct - \rho}{(c^2t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}$$

$$(3) \frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi} \frac{ct}{(c^2t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}$$

$$(4) \frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi} \frac{ct - \rho}{(c^2t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z}$$

۴۳- سرعت الکترونی به جرم m و بار الکتریکی $-e$ از مقدار اولیه v_0 با شتاب کند شونده ثابت a به صفر می‌رسد. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه آن به صورت تابش تلف می‌شود؟ (فرض کنید $v_0 \ll c$)

$$(1) \frac{2e^2\mu_0 a}{3\pi m v_0 c}$$

$$(2) \frac{e^2\mu_0 a}{3\pi m v_0 c}$$

$$(3) \frac{e^2 a v_0}{3\pi \epsilon_0 c^2}$$

$$(4) \frac{e^2 a v_0}{6\pi \epsilon_0 c^2}$$

۴۴- دو عدد دو قطبی الکتریکی واقع در مبدأ مختصات به صورت $\vec{P}_1 = P_0 \cos \omega t \hat{i}$ و $\vec{P}_2 = (P_0 \cos \phi_0 \hat{i} + P_0 \sin \phi_0 \hat{j}) \sin \omega t$ با زمان نوسان می کنند که \hat{i} و \hat{j} بردارهای یکه اند. در فواصل دور موج تابشی در $\theta = \frac{\pi}{4}$ دارای چه قطبشی است؟ (θ و ϕ به ترتیب زوایای قطبی و سمتی بردار مکان \vec{r} در مختصات

کروی اند، میدان الکتریکی دو قطبی $\vec{P}(t) = \vec{p} \cos \omega t$ در فواصل دور $\vec{r} = r \hat{r}$ متناسب است با

$$(\vec{E}(\vec{r}, t) \sim \text{Re} \left[(\hat{r} \times \vec{p}) \times \hat{r} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \right])$$

(۱) خطی

(۲) دایروی

(۳) بیضوی

(۴) بسته به مقدار ϕ_0 هر یک از قطبش های خطی، دایروی و بیضوی امکان پذیر است.

۴۵- سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی یک موج الکترومغناطیسی تحت تک فام فرودی، $\vec{E} = \vec{E}_0 E_0 e^{ik\hat{n}_0 \cdot \vec{x} - i\omega t}$ ، از یک

هدف کوچک تا اولین جملات غیر صفر به صورت $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^4}{(4\pi\epsilon_0 E_0)^2} \left| \vec{E}^* \cdot \vec{p} + \frac{1}{c} (\hat{n} \times \vec{E}^*) \cdot \vec{m} \right|^2$ است که \vec{E}_0 ، \hat{n}_0

\hat{n} و \vec{E} به ترتیب راستای انتشار و قطبش موج فرودی و موج پراکنده شده می باشد. همچنین \vec{p} و \vec{m} بردار گشتاور دو قطبی الکتریکی و مغناطیسی القایی هدف است. برای یک کره دی الکتریک غیر مغناطیسی کوچک به شعاع a و ثابت

دی الکتریک K داریم $\vec{p} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{K-1}{K+2} \right) a^3 \vec{E}$. سطح مقطع پراکندگی کل کدام است؟

$$4\pi k^4 a^6 \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (۲)$$

$$\frac{4\pi}{3} k^4 a^6 \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (۱)$$

$$\frac{4\pi}{3} k^4 a^6 \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (۴)$$

$$\frac{4\pi}{3} k^4 a^6 \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (۳)$$