

277F

کد کنترل

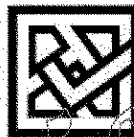
277

F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود»
امام خمینی (ره)

رشته فیزیک
(کد ۲۲۳۸)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال ها و زمان پاسخ گویی

زمان پاسخ گویی	تأ شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و یا متخلفان برابر مقررات رفتار می شود.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤال ها، نوع و کد کنترل درج شده
بر روی دفترچه سؤال ها و پایین پاسخ نامه ام را تایید می نمایم.

امضا:

۱- مجموعه S متشکل از همه توابع N متغیره $S = \{f: R^N \rightarrow C\}$ را در نظر بگیرید که R مجموعه اعداد حقیقی و C مجموعه اعداد مختلط هستند. با استفاده از تعریف متعارف جمع دو تابع و ضرب عدد در تابع، یک فضای برداری یا فضای هیلبرت روی میدان F ساخته می شود. کدام عبارت درست است؟

- (۱) از کل مجموعه S می توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد حقیقی $(F = R)$ ساخت که بعد آن متناهی است.
- (۲) از کل مجموعه S می توان یک فضای برداری روی میدان اعداد حقیقی $(F = R)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.
- (۳) از کل مجموعه S می توان یک فضای هیلبرت روی میدان اعداد مختلط $(F = C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.
- (۴) از کل مجموعه S می توان یک فضای برداری روی میدان اعداد مختلط $(F = C)$ ساخت که بعد آن نامتناهی است.

۲- هامیلتونی یک ذره اسپین $\frac{1}{2}$ در پایه متشکل از ویژه بردارهای متعارف عملگر S_z به شکل $H = a \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ است

که a ضریبی حقیقی است. نمایش این هامیلتونی در پایه متشکل از ویژه بردارهای S_y یعنی بردارهای $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ و

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 1 \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (۳)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2-i \\ 2+i & 1 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

۳- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم m و بسامد زاویه ای ω در نظر بگیرید. اگر $|\beta\rangle$ ویژه بردار بهنجار عملگر پایین بر باشد: $a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$ ، عدم قطعیت ممثوم خطی نوسانگر در حالت $|\beta\rangle$ کدام است؟ $\text{Re}\beta$ و $\text{Im}\beta$ به ترتیب بخش

حقیقی و موهومی β هستند، $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + i \frac{p}{m\omega} \right)$ و $\Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$

$$\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} \quad (1)$$

$$\sqrt{2\hbar m \omega} (1 + |\beta|^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{\hbar m \omega}{2}} (4(\text{Re}\beta)^2 + 4(\text{Im}\beta)^2 - 1)^{1/2} \quad (3)$$

$$\sqrt{2\hbar m \omega} (4(\text{Re}\beta)^2 + 2(\text{Im}\beta)^2 + 1)^{1/2} \quad (4)$$

۴- ذره ای به جرم m و بار الکتریکی q در میدان الکترومغناطیسی با پتانسیل های اسکالر $\phi(\vec{x}, t)$ و برداری $\vec{A}(\vec{x}, t)$ قرار دارد. با تبدیل پیمانه ای $\phi \rightarrow \phi' = \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ و $\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla \Lambda$ که $\Lambda(\vec{x}, t)$ تابع دلخواه مشتق پذیری است، عملگر $T(\Lambda)$ که روی فضای هیلبرت ذره اثر می کند چنان تعریف می شود که مقدار چشم داشتی عملگر مکان \vec{x} و عملگر $\vec{\Pi} = \vec{p} - \frac{q}{c} \vec{A}$ ناورد باشند. در این صورت $T(\Lambda)$ چه شرایطی باید داشته باشد؟

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger \left(p_i - \frac{q}{c} A_i - \frac{q}{c} \nabla_i \Lambda \right) T = p_i - \frac{q}{c} A_i \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger \left(p_i - \frac{q}{c} A_i \right) T = p_i - \frac{q}{c} (A_i + \nabla_i \Lambda) \quad i=1,2,3 \quad (2)$$

$$T^\dagger x_i T = x_i, \quad T^\dagger p_i T = -p_i, \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i=1,2,3 \quad (3)$$

$$T^\dagger x_i T = -x_i, \quad T^\dagger p_i T = p_i, \quad T^\dagger (A_i + \nabla_i \Lambda) T = A_i + \nabla_i \Lambda \quad i=1,2,3 \quad (4)$$

۵- کدام عبارت در مورد نامساوی های بل نادرست است؟

(۱) این نامساوی ها با نظریه های متغیر نهان سازگاری دارند.

(۲) نتایج آزمون های تجربی مختلف، برخلاف پیش بینی این نامساوی ها بوده است.

(۳) این نامساوی ها برای سیستم های چند ذره ای با حالت درهم تنیده (entangled) صادق است.

(۴) این نامساوی ها براساس نظریه مکانیک کوانتومی متعارف (ارتدکس) به دست آمده است.

۶- آنسامبلی از سیستم هایی که فضای هیلبرت آن ها دوبعدی است در نظر بگیرید. کدام ماتریس چگالی معرف یک آنسامبل خالص از این سیستم است؟

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1+i \\ 1-i & 2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

۷- اگر $U_s(t, t_0)$ و $U_I(t, t_0)$ به ترتیب عملگرهای تحول زمانی در تصویر شرودینگر و برهمکنش باشند و هامیلتونی سیستم در تصویر شرودینگر به شکل $H = H_0 + H_1(t)$ باشد. کدام رابطه درست است؟
(H_0 مستقل از زمان است.)

$$U_s(t, t_0) = e^{-iH_0(t-t_0)/\hbar} U_I(t, t_0) e^{iH_0(t-t_0)/\hbar} \quad (1)$$

$$U_I(t, t_0) = e^{iH_1(t-t_0)/\hbar} U_s(t, t_0) e^{-iH_1(t-t_0)/\hbar} \quad (2)$$

$$U_I(t, t_0) = e^{iH_0(t-t_0)/\hbar} U_s(t, t_0) e^{-iH_0(t-t_0)/\hbar} \quad (3)$$

$$U_s(t, t_0) = e^{iH_1(t-t_0)/\hbar} U_I(t, t_0) e^{-iH_1(t-t_0)/\hbar} \quad (4)$$

۸- اگر $|l, m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای L^2 و L_z و \hat{n} ویژه بردار مکان و \hat{n} برداری که در مختصات کروی به شکل $\hat{n} = (\theta, \phi)$ داده شده، \hat{z} برداری به طول واحد در امتداد محور z و Π عملگر پاریته باشند، کدام عبارت در همه موارد نمی تواند درست باشد؟ ($L_+ = L_x + iL_y$)

$$\langle \hat{n} | L_+ | l, m \rangle = 0 \quad (1)$$

$$\langle l, m | \hat{z} \rangle = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} \quad (2)$$

$$\Pi | l, m \rangle = (-1)^l | l, m \rangle \quad (3)$$

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} \langle \hat{n} | l, m \rangle = m \langle \hat{n} | l, m \rangle \quad (4)$$

۹- اگر Θ عملگر وارونی زمان، \vec{S} عملگر اسپین، \vec{L} عملگر ممنتوم زاویه ای مداری، $|\psi\rangle$ بردار دلخواهی از فضای هیلبرت، $|j, m\rangle$ ویژه بردار مشترک عملگرهای J^2 و J_z و ضریب α عددی حقیقی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

$$\langle \vec{x}' | \Theta | \psi \rangle = \langle \vec{x}' | \psi \rangle^* \quad (1)$$

$$\Theta (\vec{S} \cdot \vec{L}) \Theta^{-1} = \vec{S} \cdot \vec{L} \quad (2)$$

$$\Theta | j, m \rangle = i^m | j, -m \rangle \quad (3)$$

$$\Theta e^{-i\alpha J_y} \Theta^{-1} = e^{i\alpha J_y} \quad (4)$$

۱۰- ذره ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ تحت تأثیر پتانسیل یوکاوا $V(r) = \beta \frac{e^{-\mu r}}{r}$ که μ و β ضرایب ثابت مثبتی هستند، پراکنده می شود. دامنه پراکندگی $f(\theta)$ در تقریب اول بورن کدام است؟ (θ زاویه پراکندگی است.)

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (1)$$

$$\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (2)$$

$$\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 (\theta/2))} \quad (3)$$

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 - k^2 \sin^2 (\theta/2))} \quad (4)$$

۱۱- سیستم دو تراز با هامیلتونی H_0 که ویژه حالت های آن ψ_1 و ψ_2 با ویژه مقدارهای E_1 و E_2 هستند را در نظر بگیرید. اگر در زمان $t = -\infty$ سیستم در حالت ψ_1 باشد و در این لحظه تحت تاثیر هامیلتونی اختلالی

$$H'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha e^{-t^2/\tau^2} \\ \alpha e^{-t^2/\tau^2} & 0 \end{pmatrix}$$

قرار گیرد که α و τ ثابت های مثبتی در آن هستند. در اختلال مرتبه اول،

احتمال آن که در لحظه $t = +\infty$ سیستم در حالت ψ_2 یافت شود، کدام است؟ $(\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar)$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2 / \tau} \quad (4)$$

۱۲- ذره ای به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از سمت چپ به پتانسیل یک بعدی:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -V_0 & -a \leq x \leq 0 \\ \infty & x > 0 \end{cases}$$

برخورد می کند. که V_0 و a مقادیر ثابت مثبتی هستند. اگر موج ورودی Ae^{ikx} باشد، موج بازتابی کدام است؟

$$(k' = \sqrt{2m(E + V_0)}/\hbar)$$

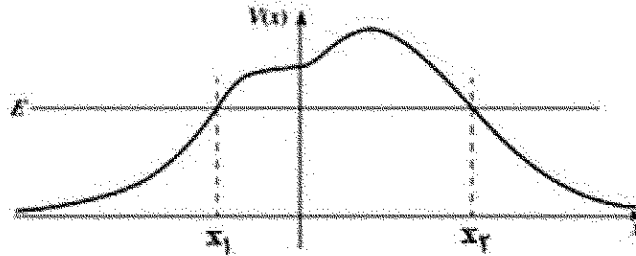
$$Ae^{-\gamma ika} \left[\frac{k + ik' \cot(k'a)}{k - ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (1)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[\frac{k - ik' \tan(k'a)}{k + ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (2)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[\frac{k - ik' \cot(k'a)}{k + ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (3)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[\frac{k + ik' \tan(k'a)}{k - ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (4)$$

- ۱۳- ذره ای به جرم m و انرژی E از سمت راست به سد پتانسیل $V(x)$ به شکل زیر برخورد می کند. در تقریب WKB کدام تابع موج درست است؟ (Λ و B ضرایبی ثابت، $p = \sqrt{2m(E - V(x))}$ و $q = \sqrt{2mV(x)}$ هستند).



$$\begin{aligned} \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x p(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x p(x') dx'} \right] \quad \text{for } x > x_2 \quad (1) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_2}^x p(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_2}^x p(x') dx'} \right] \quad \text{for } x > x_2 \quad (2) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{q(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} \right] \quad \text{for } x_1 < x < x_2 \quad (3) \\ \psi(x) &\approx \frac{1}{\sqrt{p(x)}} \left[A e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} + B e^{\frac{i}{\hbar} \int_{x_1}^x q(x') dx'} \right] \quad \text{for } x < x_1 \quad (4) \end{aligned}$$

- ۱۴- هامیلتونی H_0 با ویژه مقدارهای E_n^0 و ویژه بردارهای ψ_n^0 داده شده در نظر بگیرید. اگر این هامیلتونی به شکل $H = H_0 + \lambda H'$ مختل شود که $\lambda \ll 1$ است. مقدار چشم داشتی عملگر مشاهده پذیر O در ویژه حالت n ام هامیلتونی H یعنی $\langle \psi_n | O | \psi_n \rangle$ تا مرتبه اول از λ کدام است؟

$$\begin{aligned} \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0} \quad (1) \\ \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + 2\lambda \text{Re} \sum_{m \neq n} \langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle \quad (2) \\ \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + \lambda \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle \langle \psi_n^0 | H' | \psi_n^0 \rangle \quad (3) \\ \langle \psi_n^0 | O | \psi_n^0 \rangle + 2\lambda \text{Re} \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_n^0 | O | \psi_m^0 \rangle \langle \psi_m^0 | H' | \psi_n^0 \rangle}{E_n^0 - E_m^0} \quad (4) \end{aligned}$$

۱۵- با استفاده از تابع موج آزمون:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ax & 0 \leq x \leq a/2 \\ A(a-x) & a/2 \leq x \leq a \\ 0 & x > a, x < 0 \end{cases}$$

چه حد بالایی برای انرژی حالت پایه چاه بی نهایت یک بعدی که دیواره های آن در $x=0$ و $x=a$ قرار دارند، به دست می آید؟

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{6ma^2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \quad (4)$$

۱۶- یک کره رسانا به شعاع R در میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = E_0 \hat{k}$ قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در خارج از این رسانا در مختصات کروی به صورت:

$$V(r, \theta) = -E_0 \left(r - \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta + C \left(1 - \frac{R}{r} \right)$$

داده می شود که در آن C ضریبی ثابت و مبدأ مختصات بر مرکز کره منطبق است. اگر بار کل رسانا برابر Q باشد، ثابت C کدام است؟

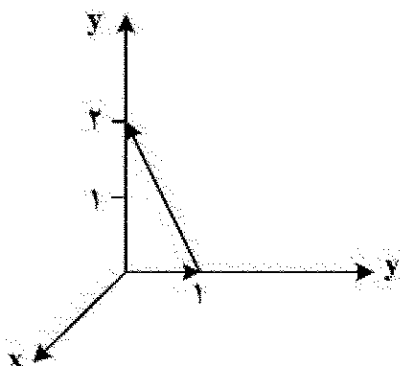
$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (2)$$

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{3}{2} E_0 R \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{3}{2} E_0 R \quad (4)$$

۱۷- مقدار انتگرال خطی بردار $\vec{E} = 6\hat{i} + yz^2\hat{j} + (3y+z)\hat{k}$ روی مسیر بسته مثلث نشان داده در شکل زیر کدام است؟



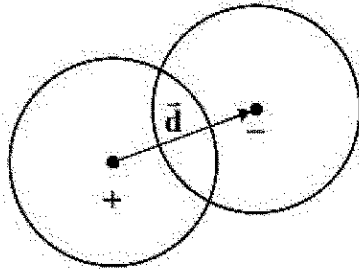
$$\frac{61}{24} \quad (1)$$

$$\frac{23}{12} \quad (2)$$

$$\frac{17}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۱۸- دو کره هر یک به شعاع R با چگالی بار حجمی یکنواخت $+ \rho_0$ و $- \rho_0$ طوری قرار گرفته اند که مطابق شکل زیر با یکدیگر هم پوشانی دارند. بردار \vec{d} مرکز این دو کره را به هم وصل می کند و جهت آن از سمت کره مثبت به کره منفی است. میدان الکتریکی در ناحیه ای که دو کره با یکدیگر هم پوشانی دارند کدام است؟ (\vec{r} بردار مکان نقطه ای داخل ناحیه هم پوشانی نسبت به مرکز کره مثبت است.)



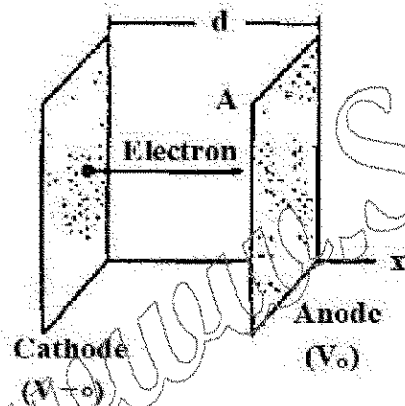
$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \vec{d} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0 d} \vec{d} \quad (2)$$

$$\frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0 r} \vec{r} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} (\vec{d} - \vec{r}) \quad (4)$$

۱۹- در شکل زیر الکترون ها از کاتد کواغ (در پتانسیل صفر) با تندی صفر جدا شده و به سمت آند (با پتانسیل $+V_0$) حرکت می کنند. در شرایطی که میدان الکتریکی روی صفحه کاتد برابر صفر می شود و جریان یکنواخت و همگن I در کل فضای میان دو صفحه ایجاد می شود. معادله ای که $V(x)$ پتانسیل یک نقطه در میان دو صفحه را تعیین می کند، کدام است؟ (ابعاد دو صفحه نسبت به فاصله آن دو از هم بسیار بزرگ تر است و مساحت هر یک از دو صفحه A ، فاصله دو صفحه از هم d ، جرم الکترون m و بار الکترون $-e$ است.)



$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{Id}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (1)$$

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{I}{2\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{I}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{2e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (3)$$

$$\frac{dV(x)}{dx} = \frac{Id}{\epsilon_0 A} \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{1}{\sqrt{V(x)}} \quad (4)$$

۲۰- پتانسیل الکتریکی روی سطح کره ای به شعاع R توسط رابطه $V = \beta \cos^2 \theta$ داده شده است که β ضریبی ثابت است و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز کره، محور z در امتداد یکی از قطرهای کره و θ زاویه با محور z است. پتانسیل الکتریکی در نقاط داخل کره در مختصات کروی کدام است؟

$$P_r(x) = \frac{1}{r}(\Delta x^2 - r^2)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-\beta}{R} r \cos \theta + \frac{\beta}{\Delta R^2} r^2 \cos^2 \theta \quad (1)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-\beta}{R} r \cos \theta + \frac{\beta}{R^2} r^2 (\Delta \cos^2 \theta - r^2 \cos \theta) \quad (2)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-\beta}{\Delta R} r \cos \theta + \frac{\beta}{R^2} r^2 \cos^2 \theta \quad (3)$$

$$V(r, \theta) = \frac{-\beta}{\Delta R} r \cos \theta + \frac{\beta}{\Delta R^2} r^2 (\Delta \cos^2 \theta - r^2 \cos \theta) \quad (4)$$

۲۱- در مسئله ۲۰ معادله پوینتسکی کره کدام است؟

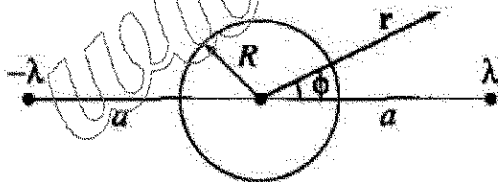
$$-\frac{\beta}{\Delta} R^2 \hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{\beta}{\Delta} R^2 \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{\beta \pi \epsilon_0}{\Delta} R^2 \hat{z} \quad (3)$$

$$-\frac{\beta \pi \epsilon_0}{\Delta} R^2 \hat{z} \quad (4)$$

۲۲- دو سیم مستقیم بسیار بلند با چگالی بار طولی λ و $-\lambda$ مطابق شکل زیر دو طرف یک استوانه بسیار بلند رسانای بدون بار الکتریکی و شعاع R قرار گرفته اند. فاصله هر سیم از محور استوانه برابر a است به طوری که $a > R$. پتانسیل الکتریکی در نقطه ای خارج استوانه با مختصات استوانه ای (r, ϕ) کدام است؟



$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2Rr \cos \phi)} \right) \quad (1)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi)}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2Rr \cos \phi)} \right) \quad (2)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2Rr \cos \phi)}{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi)} \right) \quad (3)$$

$$V(r, \phi) = \frac{\lambda}{\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{(a^2 + r^2 + 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 + 2Rr \cos \phi)}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \phi)(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \phi)} \right) \quad (4)$$

۲۲- پتانسیل برداری در داخل و خارج از کره ای به شعاع R در مختصات کروی به شکل زیر داده شده است:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} \alpha R r \sin \theta \hat{\phi} & r \leq R \\ \alpha R^2 \frac{1}{r^2} \sin \theta \hat{\phi} & r \geq R \end{cases}$$

که α ضریبی ثابت است. اگر \vec{B}_1 میدان مغناطیسی در داخل کره و \vec{B}_2 میدان مغناطیسی در خارج کره باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{r} - \vec{B}_1 \cdot \hat{r} = \gamma \alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (1)$$

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} = \gamma \alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (2)$$

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} = \alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (3)$$

$$\vec{B}_1 \cdot \hat{r} - \vec{B}_2 \cdot \hat{r} = \gamma \alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (4)$$

۲۳- موج الکترومغناطیسی یکنواختی در جهت $+z$ حرکت می کند و میدان الکتریکی آن برابر است با:

$$\vec{E} = \gamma_0 \sin(\omega t - \beta z) \hat{i} + \gamma_0 \cos(\omega t - \beta z) \hat{j}$$

که β و ω ضرایب ثابت هستند. این موج در مسیر حرکت خود با صفحه رسانای کامل تختی واقع در $z=0$ برخورد می کند. بردار چگالی جریان سطحی روی صفحه رسانای کامل کدام است؟

$$\vec{K} = \frac{\gamma_0 \beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} - \gamma \cos \omega t \hat{j}) \quad (1)$$

$$\vec{K} = \frac{\gamma_0 \beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} - \gamma \cos \omega t \hat{j}) \quad (2)$$

$$\vec{K} = \frac{\gamma_0 \beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} + \gamma \cos \omega t \hat{j}) \quad (3)$$

$$\vec{K} = \frac{\gamma_0 \beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} + \gamma \cos \omega t \hat{j}) \quad (4)$$

۲۵- یک میله استوانه ای بلند با سطح مقطع A دارای مغناطش یکنواخت \vec{M} در امتداد محور استوانه است. این میله از یک قاعده در مقابل یک سطح تخت با نفوذپذیری بی نهایت ($\mu \gg 1$) قرار می گیرد. نیرویی که به میله وارد می شود از چه نوعی و مقدار تقریبی آن در سیستم گاوسین کدام است؟

$$(1) \text{ دافعه، } 2\pi A M^2$$

$$(2) \text{ جاذبه، } 2\pi A M^2$$

$$(3) \text{ جاذبه، } 2\pi M^2 / A$$

$$(4) \text{ دافعه، } 2\pi M^2 / A$$

۲۶- با فرض آن که بار الکتریکی تحت اثر وارونی مکان (پارینه) و وارونی زمان ناوردا است. کدام عبارت نادرست است؟

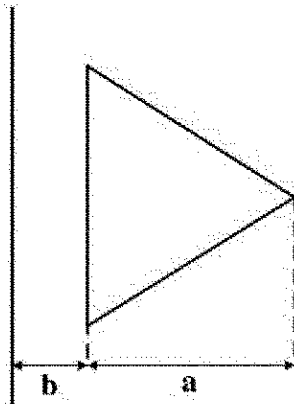
(1) بردار جابجایی \vec{D} تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

(2) بردار پوینتینگ \vec{S} تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان زوج است.

(3) بردار چگالی جریان \vec{J} تحت وارونی مکان فرد و تحت وارونی زمان فرد است.

(4) بردار مغناطش \vec{M} تحت وارونی مکان زوج و تحت وارونی زمان فرد است.

۲۷- القای متقابل میان یک سیم رسانای مستقیم بسیار بلند و یک حلقه سیم به شکل مثلث متساوی الاضلاع که مطابق شکل زیر در یک صفحه قرار دارند، کدام است؟ (a ارتفاع مثلث و b فاصله ضلع موازی با سیم مستقیم تا آن سیم، است.)



$$(1) \frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right)$$

$$(2) \frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right)$$

$$(3) \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right)$$

$$(4) \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left((a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right)$$

۲۸- شار چگالی جریان کل $\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)$ از یک سطح بسته S چقدر است؟

(۱) همواره برابر صفر است.

(۲) همواره برابر غیر صفر است.

(۳) همواره با جریان خارج شونده از سطح بسته برابر است.

(۴) همواره با جریان خالص خارج شونده از سطح بسته برابر است.

۲۹- در ناحیه ای از فضا که خالی از چشمه بار و جریان الکتریکی است، میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{H}(x, y, t) = \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \cos(\omega t) \hat{i}$$

که ω ، α و β ضرایب ثابتی هستند. برای آن که این میدان مغناطیسی در معادله های ماکسول صدق کند،

چه رابطه ای میان این ضرایب ثابت باید وجود داشته باشد؟ (ϵ و μ به ترتیب ضرایب های گذردهی الکتریکی و

نفوذپذیری مغناطیسی ثابت در ناحیه مورد نظر هستند.)

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(2) \alpha^2 + \beta^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(3) (\alpha + \beta)^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(4) (\alpha + \beta)^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

۳۰- توان تشعشعی در واحد زاویه فضایی برای ذره ای با بار الکتریکی q که روی یک خط مستقیم با سرعت \vec{v} و شتاب \vec{a} در حرکت است توسط رابطه زیر داده می شود:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 c^2}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{|\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{a})|^2}{(c - \hat{n} \cdot \vec{v})^5}$$

توان کل تابشی از این ذره باردار کدام است؟ \hat{n} برداری که در امتداد محل مشاهده، c تنیدی نور در خلا و $\gamma = \left(1 - (v/c)^2\right)^{-1/2}$ است.

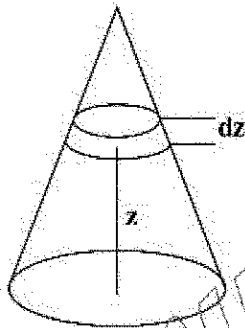
$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c} \quad (1)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c} \quad (2)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c} \quad (3)$$

$$P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c} \quad (4)$$

۳۱- مطابق شکل، داخل حجم مخروطی به شعاع قاعده R و ارتفاع H هوا با توزیع یکنواخت وجود دارد. احتمال اینکه یک ذره هوا درون قرص نازکی به ضخامت dz در ارتفاع z از قاعده مخروط یافت شود، کدام است؟



$$\frac{r(H-z)dz}{H^2} \quad (1)$$

$$\frac{r(H-z)^2 dz}{H^2} \quad (2)$$

$$\frac{r(H-z)^2 dz}{2H^2} \quad (3)$$

$$\frac{r(H-z)dz}{2H^2} \quad (4)$$

۳۲- برای تابع احتمال دوجمله ای داده شده در زیر، مقدار متوسط n^2 کدام است؟

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n}, \quad 0 \leq n \leq N$$

$$Npq + N^2 p^2 \quad (1)$$

$$Npq + N^2 q^2 \quad (2)$$

$$Np^2 q + N^2 p \quad (3)$$

$$Np^2 q + N^2 q \quad (4)$$

۳۳- ۶ ذره تمیزپذیر می توانند سه تراز انرژی را اشغال کنند. هر یک از ترازها می تواند با ۲ ذره اشغال شود. اگر تپه گنی هر یک از سه تراز ۲ باشد، چند امکان برای اشغال شدن این ترازها به وسیله این ذرات وجود دارد؟

(۱) ۷۲۰

(۲) ۵۷۶۰

(۳) ۴۶۰۸۰

(۴) ۱۱۵۲۰

۳۴- ظرفیت گرمایی در حجم ثابت یک گاز تابع آمار بوز - اینشتین، در زیر دمای چگالش، T_c ، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} N k (T_c / T)^{3/2}$

(۲) $\frac{1}{2} N k (T_c / T)^{5/2}$

(۳) $\frac{1}{2} N k (T_c / T)^{3/2}$

(۴) $\frac{1}{2} N k (T_c / T)^{5/2}$

۳۵- آنتروپی یک گاز ایدئال تک اتمی متشکل از ذراتی به جرم m در حجم V و دمای T به صورت

$n_Q(T) = \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$ پتانسیل شیمیایی این گاز کدام است؟ $S = Nk \left[\ln \left(\frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{5}{2} \right]$ است که

(۱) $-kT \ln \left(\frac{V n_Q(T)}{N} \right)$

(۲) $-\frac{kT}{2} \ln \left(\frac{V n_Q(T)}{N} \right)$

(۳) $-kT \left[\ln \left(\frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{3}{2} \right]$

(۴) $-\frac{kT}{2} \left[\ln \left(\frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{3}{2} \right]$

۳۶- تغییر آنتروپی یک مول گاز ایدئال تک اتمی در تحولی از حالت تعادل اولیه (T, V) به حالت تعادل نهایی $(2T, \frac{V}{2})$

بر حسب ثابت گازها، R ، چقدر است؟

(۱) $R \ln 2$

(۲) $\frac{3}{2} R \ln 2$

(۳) $\frac{R}{2} \ln 2$

(۴) $\frac{5}{2} R \ln 2$

۳۷- هامیلتونی دستگاهی متشکل از N نوسانگر هماهنگ ساده سه بعدی $H = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\vec{p}_i \cdot \vec{p}_i}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{r}_i \cdot \vec{r}_i \right)$ است.

در مجموعه آماری کانونیک که دستگاه در تعادل گرمایی با منبعی به دمای T است، انرژی داخلی این دستگاه کدام است؟ (نوسانگرها را کلاسیکی در نظر بگیرید.)

(۱) $\frac{1}{2} NkT$

(۲) NkT

(۳) $\frac{3}{2} NkT$

(۴) $3NkT$

۳۸- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی هیدروستاتیکی شامل N ذره در حجم V ، در مجموعه آماری کانونیک که دستگاه در تعادل گرمایی با منبعی به دمای T قرار دارد، $Q(N, T, V)$ است. آنتالپی دستگاه بر حسب تابع پارش، دما، حجم و فشار P کدام است؟

(۱) $kT^2 \left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T} \right)_{N,V} + PV$

(۲) $NkT^2 \left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T} \right)_{N,V} + PV$

(۳) $kT^2 \left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T} \right)_{N,V} - PV$

(۴) $NkT^2 \left(\frac{\partial \ln Q}{\partial T} \right)_{N,V} - PV$

۳۹- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی در مجموعه آماری کانونیک $Q = \sum_i g_i \exp(-\beta E_i)$ است. مقدار $\langle E^2 \rangle$

کدام است؟ $\left(\beta = \frac{1}{kT} \right)$

(۱) $\frac{k^2 T^2}{Q} \frac{\partial^2 Q}{\partial T^2}$

(۲) $\frac{1}{Q} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \beta^2}$

(۳) $\frac{1}{Q} \frac{\partial^2 Q}{\partial \beta^2}$

(۴) $\frac{k^2 T^2}{Q} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial T^2}$

۴۰- یک دستگاه ترمودینامیکی بسته (مجموعه آماری میکروکانونیک) شامل N ذره با انرژی داخلی U در نظر بگیرید.

هر ذره می تواند در یکی از سه حالت $\theta = 0$ ، $\theta = \frac{\pi}{2}$ و $\theta = \frac{-\pi}{2}$ با انرژی $E(\theta) = E_0 \sin^2 \theta$ باشد. چندگانگی دستگاه، $\Omega(N, U)$ ، کدام است؟

$$\frac{N!}{2^N (U/E_0)! (N - U/E_0)!} \quad (1)$$

$$\frac{2^{(N-U/E_0)} N!}{(U/E_0)! (N - U/E_0)!} \quad (2)$$

$$\frac{2^N N!}{(U/E_0)! (N - U/E_0)!} \quad (3)$$

$$\frac{2^{(U/E_0)} N!}{(U/E_0)! (N - U/E_0)!} \quad (4)$$

۴۱- انرژی داخلی یک دستگاه شامل N ذره هر یک دارای همان دوقطبی مغناطیسی μ_B در میدان مغناطیسی خارجی

یکنواخت \vec{B} ، در دمای T به صورت $U = -N\mu_B B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{kT}\right)$ است. ظرفیت گرمایی این دستگاه در دماهای بالا بر حسب $\theta = \frac{2\mu_B B}{k}$ کدام است؟

$$\frac{Nk}{4} \left(\frac{\theta}{T}\right) \quad (1)$$

$$\frac{Nk}{2} \left(\frac{\theta}{T}\right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{Nk}{4} \left(\frac{\theta}{T}\right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{Nk}{2} \left(\frac{\theta}{T}\right) \quad (4)$$

۴۲- انرژی داخلی دستگاهی متشکل از N فرمیون یکسان بدون برهم کنش با اسپین $\frac{1}{2}$ و غیرنسبیتی، محصور در حجم

V در دمای T بر حسب انرژی فرمی ϵ_f کدام است؟

$$\frac{3}{5} N \epsilon_f \left[1 + \frac{\Delta \pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\epsilon_f} \right) + \dots \right] \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} N \epsilon_f \left[1 + \frac{\Delta \pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\epsilon_f} \right)^2 + \dots \right] \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} N \epsilon_f \left[1 + \frac{\Delta \pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\epsilon_f} \right)^2 + \dots \right] \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} N \epsilon_f \left[1 + \frac{\Delta \pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\epsilon_f} \right) + \dots \right] \quad (4)$$

۴۲- جرم مولی لیتیوم $\frac{g}{mol}$ ۶/۹ و چگالی آن $\frac{g}{cm^3}$ ۰/۵۳ است. دمای فرمی لیتیوم برحسب کلون به کدام دما نزدیک تر است؟

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \text{ و } N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}, m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

(۱) ۵۰

(۲) ۵۰۰

(۳) ۵۰۰۰

(۴) ۵۰۰۰۰

۴۴- سرعت ریشه میانگین مجدوری v_{rms} ذرات یک گاز کلاسیک متشکل از ذراتی به جرم m در دمای T کدام است؟

$$\sqrt{3kT/m} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2kT/m} \quad (۲)$$

$$\sqrt{kT/\pi m} \quad (۳)$$

$$\sqrt{3kT/2m} \quad (۴)$$

۴۵- نمایش عناصر ماتریس چگالی در پایه های فضای مکان $\langle x | \rho | x' \rangle$ ، برای یک ذره آزاد به جرم m محصور در یک

بعد بین $x=0$ و $x=L$ در دمای T کدام است؟ $\left(\beta = \frac{1}{kT}\right)$

$$L \frac{d^2}{dx^2} \exp \left[-\frac{m}{2\beta \hbar^2} (x-x')^2 \right] \quad (۱)$$

$$\frac{1}{L} \exp \left[-\frac{m}{2\beta \hbar^2} (x-x')^2 \right] \quad (۲)$$

$$\frac{1}{L} \exp \left[-\frac{mL}{2\beta \hbar^2} |x-x'| \right] \quad (۳)$$

$$L \frac{d^2}{dx^2} \exp \left[-\frac{mL}{2\beta \hbar^2} |x-x'| \right] \quad (۴)$$