آمار

استاد: جناب آقای حامد بخشی

جهاد دانشگاهی مشهد

تهیه وتنظیم :رحمانیان– غنچه

باسمه تعالی

17نمره پایان ترم – 3 نمره تکلیف

منبع:

***– مقدمه ای بر آمار در علوم اجتماعی – نورمن آر کورتز – نشرنی منصورفر**

جلسه اول :

قواعد گرد کردن اعداد:

برای گرد کردن اعداد ابتدابه آخرین رقم اعشاری آن عددنگاه می کنیم وبسته به اینکه این رقم در چه بازه قرارداشته باشد بطریق زیرعمل می نمائیم:

1- اگررقم آخر اعشاری کوچکتر از5 باشد؛
آن عددرا خط زده وبقیه ارقام را به همان صورت پیشین می نویسیم .مثلاعدد9/782با دورقم اعشار به عدد9/78گرد میشود.

2- اگر رقم آخر اعشار بزرگتر ازپنج باشد؛
آن عددرا خط زده وبه رقم پیش از آن یک واحد اضافه می کنیم .مثلاعدد9/78 با یک رقم اعشار9/8 گرد میشود.

ملاحظه میکنیم آخرین رقم اعشاری (8)حذف شده وبه رقم پیشین (7)یک واحد اضافه شده ، نتیجه بصورت 9/8 گزارش شده است .

3- اگر آخرین رقم اعشاری برابربا 5 بود بترتیب زیر عمل می کنیم:
الف)اگر رقم پیش از آخرین رقم زوج باشد 5 را خط زده ومابقی عددرا به همان صورت پیشین می آوریم مثلا:عدد2/45با یک رقم اعشار به 2/4 گرد میشود.بدلیل اینکه عددرقم اعشار ماقبل آخر4زوج است، این رقم تغییری نمیکندوبا حذف 5 بصورت 2/4 نوشته میشود.

ب)اگر رقم ماقبل 5 فرد باشد5را حذف نموده وبه رقم ماقبل آخریک واحد اضافه میکنیم: مثلاعدد3/375با دورقم اعشار تبدیل به عدد3/38 گرد میشود ودر اینجا می بینیم بدلیل اینکه رقم ماقبل آخر فرد بوده یک واحد به آن اضافه شده است.

مثال : اعداد زیر را تا یک رقم اعشار گرد کنید .

13/ 39423 ⟶ 13/3942 ⟶ 13/ 394 ⟶ 13/39 ⟶ 13/4

4/79212 ⟶ 4/7921 ⟶ 4/792 ⟶ 4/ 79 ⟶ 4/8

17/9829 ⟶ 17/983 ⟶ 17/98 ⟶ 18/0

جلسه دوم :

آمار:

آمار علم گرد آوری ، توصیف وتحلیل اطلاعات ادبی مربوط به جنبه های گوناگون یک پدیده می باشد. آمار بدو بخش تقسیم میشود : الف)آمار توصیفی ب)آمار استنباطی

الف)– آمار توصیفی:

به ترکیبی از روشهای توصیف پدیده های مورد نظر بصورت اعداد اشاره دارد،در حالیکه آمار استنباطی به استنباط خصوصیات یک جامعه آماری از روی نتایج مشاهده یک یا چند نمونه از آن جامعه می پردازد .در آمار توصیفی ما بدنبال آن هستیم که با استفاده از عملیات ریاضی قاعده مندی بر روی اطلاعات جامعه موجود شاخصهای مناسبی در مورد ویژگیهای آن جامعه ارائه دهیم .

مثلا با دانستن سن تمامی افراد یک شهر میتوانیم متوسط سنی مردم آن جامعه را معین کنیم ویا مشخص سازیم که در هریک از گروههای سنی مختلف چند درصد افراد جامعه جای میگیرند.اما زمانیکه گرد آوری اطلاعات تمامی افراد جامعه مورد نظر هزینه زیادی داشته باشد ویا دسترسی به آن مقدور نباشد تلاش می کنیم با تحلیل داده های مربوط به نمونه کوچکی از آن جامعه به ویژگیهای جامعه بزرگتر پی ببریم .چنانچه مثلا می کوشیم با نمونه برداری از بخشهای مختلف یک سیلوی گندم به ویژگیهای کل آن سیلو آگاهی یابیم به همین ترتیب آمار

استنباطی به ما کمک می کند تا با تحلیل داده های یک جمعیت کوچک 400 نفری که با روشهای قاعده مند مبتنی بر فنون آماری گرد آوری شده است ویژگیهای کل مردم شهر را مشخص سازیم .

متغیر وتوزیع متغیر

متغیر: به یک ویژگی مشخص از یک پدیده مورد مطالعه که میتواند مقادیرمختلفی را به خود بگیرد متغیر می گوئیم ؛ متغیر X

توزیع متغیر: به کل مجموعه مقدارهائیکه یک متغیر میتواند بخود بگیرد را توزیع متغیر می گوئیم.

مقدار متغیر در یک مورد خاص X_i

مثال : سن افراد یک خانواده پنج نفره عبارتست از :

ردیف	فرد	سن
1	پدر	43
2	مادر	45
3	فرزند ارشد	23
4	فرزند میانی	17
5	فرزند کوچک	2

مقدارمتغیر یک مورد خاص= X_i

متغیر= X

حاصل جمع یک متغیر = $\sum X_i$

$$X_1=43 \quad X_2=45 \quad X_3=23 \quad X_4=17 \quad X_5=2$$

$$\sum_i^5 x_i = x_1 + x_{2+}x_3 + x_4 + x_5 = 43 + 45 + 23 + 17 + 2 = 130$$

$$\sum_i^3 x_i = x_1 + x_{2+}x_3 = 43 + 45 + 23 = 111$$

اندازه گیری وطرزارائه داده ها:

اندازه گیری به معنای تخصیص اعداد به شیوه نظام مند وبا قاعده در بیان جنبه های اشیاء یا رویدادهاست .اندازه گیری هر مجموعه ، قواعدی است که به شیوه ای همساز – منطقی وبدون انحراف در تخصیص اعداد به پدیده ها بکار گرفته میشود .

مثال : فاطمه $\rightarrow$ 6

حسن $\rightarrow$ 3

شرایط اندازه گیری

مقیاس : هر اندازه گیری از مجموعه ای قواعد و ابزار مفهومی استفاده میکند که به آن مقیاس می گوئیم .مقیاس اندازه گیری بایستی دارای دودسته شرایط صحت وشرایط ساختاری باشد.

شرایط صحت : *اولین شرط* از شرایط صحت در یک مقیاس قابلیت اعتماد آن است . قابلیت اعتماد به معنای آن است که یک مقیاس مقادیر اندازه گیری شده را در دفعات مکرر ، یک مقدار ثابت نشان میدهد. یعنی چنانچه افراد متفاوت از آن مقیاس استفاده کردند ویا در زمانهای مختلف مقیاس مورد نظر برای اندازه گیری یک مورد مشخص استفاده شد نتیجه یکسان باشد .

دومین شرط از شرایط صحت یک مقیاس اعتبار است مقیاس به شرطی معتبر است که جوابی را که از ساخت وکاربرد آن مورد نظر بوده بدهد مثلا: دماسنج در صورتی مقیاس معتبر شناخته می شود که آنچه از ساخت آن مورد نظربوده یعنی دمارا بسنجدو نه ویژگی دیگری نظیر رطوبت یا فشار.

شرایط ساختاری :

اولین شرط از شرایط ساختاری یک مقیاس فراگیر بودن آن است مقیاس بشرطی فراگیر است که بتواند تمامی موردهای تحت بررسی را در خود جای دهد یعنی بتوان با استفاده از قواعد وویژگیهای مقیاس به هرمورد تحت بررسی یک مقدار عددی معتبر و قابل اعتماد نسبت داد .

دومین شرط از شرایط ساختاری یک مقیاس غیر قابل جمع بودن آن است بدین معنا که هر مورد را تنها به یک مقوله از مقیاس ساخته شده بتوان نسبت داد. مثلا زمانی که ما برای تعین سن افراد از مقیاس درجات 10تا 15سال 15 تا 20 سال و 20 تا 25 سال استفاده می کنیم . مقیاس مورد نظرفاقد خصلت غیر قابل جمع بودن است زیرا سن 15سال هم میتواند در طبقه اول جای گیرد وهم در طبقه دوم.

طبقه بندی انواع مقیاسها برا اساس سطح سنجش

1- **سطح سنجش اسمی**
2- **سطح رتبه ای یا عددی**
3- **سطح سنجش فاصله ای**

انواع مقیاس :

مقیاسها به لحاظ سطوح سنجش به چهار دسته کلی تقسیم میشوند که عبارتند از :سطح سنجش اسمی – رتبه ای(ترتیبی)- فاصله ای – نسبی (نسبتی)

1- *مقیاس اسمی :* این مقیاس ها به مقیاس های کیفی یا مقوله ای نامیده می شوند ساده ترین مقیاسهای چهارگانه اند با این مقیاس ها اشیاءیا رویدادها بر حسب نوع کیفیت از یکدیگر جدا ودر طبقاتی قرارداده میشوند. مانند مقیاس جنسیت افراد که شامل دو مقوله مذکر ومونث است ویا شهر محل سکونت که مقادیری شامل مشهد تبریز قوچان و...را در برمیگیرد.

2- *مقیاس رتبه ای :* این مقیاس طریقه منظمی برای رتبه بندی مقادیر مشاهده شده از کمترین به بیشترین یا برعکس به دست میدهد در سنجش رتبه ای مقادیر عددی نسبت داده شده نشانگر تفاوت بین مقادیر متناظر ونیز بزرگترین یا کوچکترین این مقادیر نسبت به هم می باشند.مثلازمانی که رتبه قبولی افراد در آزمون ورودی دانشگاه را می سنجیم رتبه های 1 و 2 و 3 بیانگر تفاوت امتیاز افراد دارنده این رتبه ها ونیز ترتیب امتیازات آنان نسبت

به یکدیگر است یعنی میدانیم دارنده رتبه 1 امتیازی بیشتر از دارنده رتبه 2 آورده ودارنده رتبه 2 امتیازی بیش از نفر سوم دارد.

3- مقیاس فاصله ای :

این نوع مقیاس دارای همه خواص مقیاسهای اسمی ورتبه ای است علاوه بر آنکه فاصله بین مقادیر نیز بطور مساوی مشخص شده است لذا ما در اینوع مقیاس میتوانیم علاوه بر آنکه از روی مقادیر عددی متوجه یک تفاوت مقادیر متناظر در پدیده های موجب سنجش بشویم وبزرگی وکوچکی این مقادیر نسبت به هم را شناسایی کنیم فاصله یا تفاوت مقادیر واقعی از یکدیگر را نیز متناظر با فاصله اعداد نسبت داده شده به آنهامتوجه می شویم . مثلادماسنج سیلیسیوس(سانتیگراد)یک مقیاس فاصله ای برای سنجش دماست چنانچه زمانی که مثلادمای هوای اهواز را 47 درجه – مشهد34درجه واردبیل را 13درجه نشان میدهد علاوه بر اینکه متوجه تفاوت دمای این شهرها وگرمتر بودن مشهد از اردبیل می شویم میدانیم دمای شهر مشهد چقدر با دمای شهرهای اردبیل واهواز تفاوت دارد.

4- مقیاس نسبی :

این مقیاس شکل خاصی از مقیاس فاصله ای است با این ویژگی اضافی که دارای یک نقطه واقعی است به این معنا که دارای نقطه ای است که نبود فرضی یا واقعی خصوصیت مورد اندازه گیری را نشان میدهد. زمانی که ما از مقیاس نسبتی برای سنجش استفاده می کنیم علاوه بر اینکه از ویژگی های نامساوی بزرگتر یا کوچکتری ویا تفاضلی بین اعداد استفاده می کنیم . می توانیم خصوصیتهای نسبت پذیری اعداد را نسبت به یکدیگر به مقادیر مورد اندازه گیری نسبت دهیم .دماسنج سیلیسیوس که یک مقیاس فاصله ای است چنانچه دمای شیئی را 50 درجه ودمای شیئی دیگر را 25درجه سانتیگراد نشان میدهد نمیتوان به این نتیجه رسیدکه دمای شیئی اول دوبرابر دمای شیئی دوم است اما دماسنج کلوین که یک مقیاس نسبتی است چنانچه دمای دوشیئی متفاوت را بترتیب 270و135درجه کلوین نشان میدهد، میتوان این نتیجه را گرفت که میزان دمای شیئی اول دوبرابر دمای شیئی دوم است .

***– سوال امتحانی : انواع مقیاس را تعریف کنید وبرای هرکدام مثالی بزنید.**

جلسه سوم :

روش ارائه داده ها:

فراوانی وتوزیع فراوانی

فراوانی تعداد دفعات است که یک خصوصیت معینی در نمونه ای پدیدار ویا مشاهده می شود.

توزیع فراوانی مجموعه ای است ازهمه فراوانیها ی شمارش شده در یک دسته از مشاهدات مرتبط.

مثال :(1)

جنسیت	فراوانی (F)
مرد	17
زن	11
جمع	28

جنسیت = X

مرد = X_1

زن = X_2

تعداد = F

مثال :(2)

شهر محل سکونت	فراوانی (F)
مشهد	23
قوچان	1
بجنورد	1
فریمان	1
چناران	1
طرقبه	1
جمع	28

محل سکونت = X

مشهد = X_1

قوچان = X_2 و ....

مجموعه ای که نشان میدهد در هر طبقه چقدر تکرار داریم را توزیع فراوانی (F) گویند .

توزیع فراوانی گروهی برای برشهای گروهی :

در مواردی که داده های ما پیوسته وانبوه می باشند تهیه جدول توزیع فراوانی به شکل ساده کارا نمی باشند از ایـن رو اقدام به تهیه برشهای گروهی در داده ها می کنیم .که بایستی 2 نکته را در این رابطه مراعات نمود.

1- برشها بایستی دارای طول برش مساوی باشند.

2-حددقیق بالا وپائین برشها بایستی رعایت شود به این معنا که برشها نباید با یکدیگر تداخل داشته باشـند ویـا از یکدیگر فاصله داشته باشند.

(1)

گروه وزنی	فراوانی (f)
10-19/9	3
20-29/9	8
30-39/9	3
40-49/9	8
جمع	22

فرمول محاسبه طول برش

$$Wi = hi - Li$$

Wi = طول برش

hi = حدبالای برش

Li = حدپائین برش

(2)

گروه وزنی	فراوانی (f)
10-29/9	3
30-49/9	8
50-69/9	3
70-89/9	8
90-109/9	3
جمع	25

(2) $$Wi = 29.9 - 10 = 19.9$$

(1) $$Wi = 29.9 - 10 = 19.9$$

مثال :

طول برش را در جدول توزیع فراوانی زیر محاسبه کنید .

$$Wi = hi - Li$$

Wi= طول برش

hi= حدبالای برش

Li = حدپائین برش

برش	فراوانی (f)
18-27/5	7
28-37/5	3
38-47/5	2

جدول 1

برش	فراوانی (f)
190-199	3
180-189	4
170-179	3

جدول 2

جدول شماره یک $Wi = 29.9 - 10 = 19.9$

جدول شماره یک $Wi = 29.9 - 10 = 19.9$

نیمساز برش:

نیمساز هر برش نقطه میانی برش مورد نظر است که بهترین بر آورد را از آن بـرش بدسـت میدهـد. نیمسـاز یـک برش با استفاده از فرمول زیر محاسبه می شود .

$$\frac{\text{طول برش } i \text{ ام}}{2} + \text{حد پائین برش } i \text{ ام} = \text{نیمساز برش } i \text{ ام}$$

مثال : نیمساز هر برش را در جداول توزیع فراوانی 1و2محاسبه نمائید .

(1)

برش	فراوانی (f)	نیمساز
18-27/5	7	
28-37/5	3	
38-47/5	2	
جمع	12	

(2)

برش	فراوانی (f)	نیمساز
190-199	3	
180-189	4	
170-179	3	
جمع	10	

$$Wi = hi - Li = 27/5 - 18 = 9/5$$

(1)

$$\text{نیمساز برش i ام} = \text{حد پائین برش i ام} + \frac{\text{طول برش i ام}}{2} = 18 + \frac{9/5}{2} = \frac{36+9/5}{2} = \frac{45/5}{2} = 22/75$$

(2)

$$Wi = hi - Li = 199 - 190 = 9$$

$$\text{نیمساز برش i ام} = 190 + \frac{9}{2} = \frac{380 + 9}{2} = \frac{389}{2} = ?$$

فراوانی های نسبی :

1- **نسبت :** نسبت 2طبقه برابر با حاصل تقسیم فراوانی آن دوطبقه به یکدیگر است .

$$\text{نسبت} = \frac{Fi}{Fj}$$

مثال: در جدول زیر نسبتهای زیر را محاسبه کنید .

شهر	فراوانی (F)
مشهد	17
فریمان	11
قوچان	3

الف)- مشهدیها به فریمانیها   نسبت $=\frac{17}{11}$

ب)- مشهدیها به قوچانیها   نسبت $=\frac{17}{3}$

ج)- قوچانیها به فریمانیها   نسبت $=\frac{3}{11}$

2-**بهرگان :**

بهرگان یک طبقه برابر است با حاصل تقسیم فراوانی آن طبقه به مجموعه فراوانی همه طبقات p

جنسیت	فراوانی (F)	نسبت (p)
مرد	17	$\frac{3}{28}=$
زن	11	$\frac{3}{28}=$
جمع	28	1

3- درصد:

در صد یک طبقه برابر است با حاصلضرب بهرگان آن طبقه ضربدر 100

مثال :در جدول زیر توزیع فراوانی یک بهرگان ودرصد را برای تمامی طبقات محاسبه نمائید.

گروه	فراوانی (f)	نسبت p	درصد٪
10-29/9	3	$\frac{3}{25}$ =0/12	$0.12 \times 100 = 12$
30-49/9	8	0/ 32	32
50-69/9	3	0/12	12
70-89/9	8	0/32	32
90-99/9	3	0/12	12
جمع	25	100	100

4- درصد انباشته(٪c):

زمانی که داده های ما از نوع مقیاس ترتیبی وبالاتر باشند میتوانیم علاوه بر درصد هریک از طبقات در صد انباشتی را نیز محاسبه نمائیم در صد انباشتی یک طبقه برابر است با حاصل جمع درصدآن طبقه با درصدهای طبقات پـائین تر از آن (قبل از آن) . **نکته : برای داده های اسمی درصد انباشته وجود ندارد**

گروه	فراوانی (f)	نسبت p	درصد٪	٪c
10-29/9	3	$\frac{3}{25}$ =0/12	$0.12 \times 100 = 12$	12
30-49/9	8	0/ 32	32	$12 + 32 = 44$
50-69/9	3	0/12	12	56
70-89/9	8	0/32	32	88
90-99/9	3	0/12	12	100
جمع	25	100	100	

تمرین :

1) - مقیاس متداول هریک از متغیرهای زیر را مشخص کنید .

سن	جنس	قومیت	وضعیت تاهل	گرایش مذهبی	تحصیلات	شغل	درآمد	تعداداعضای خانواده	گرایش سیاسی
نسبتی	اسمی	اسمی	اسمی	اسمی	رتبه ای	اسمی	فاصله ای نسبتی	نسبتی	اسمی

2)- آرایه های مقابل را در نظر بگیریدوبه سوالات زیر پاسخ دهید.

38	40	64	28	70	**43**
75	20	57	41	37	**69**
29	46	59	23	52	**46**
34	15	81	41	13	**14**
45	46	73	63	53	**56**
59	38	33	32	29	**39**
33	**40**	**38**	**25**	**36**	**70**

الف : براساس برش های 5تایی جدول توزیع فراوانی آنرا ترسیم کنید.

ب : بهرگان –درصد– ودرصد انباشته همه طبقات را مشخص کنید.

گروه سنی	فراوانی (f)	بهرگان(p)	درصد(%)	درصد انباشتی (%c)
11-15	3	$\frac{3}{42} = 0/0714$	7/14	7/14
16-20	1	$\frac{1}{42} = 0/0238$	2/38	$7/14 + 2/38 = 9/522$
21-25	2	$\frac{2}{42} = 0/0476$	4/76	14/283
26-30	3	$\frac{3}{42} = 0/0714$	7/14	21/425
31-35	4	$\frac{4}{42} = 0/0952$	9/52	30/948
36-40	8	$\frac{8}{42} = 0/19$	1/9	49/948
41-45	6	$\frac{6}{42} = 0/142$	14/2	64/228
46-50	1	$\frac{1}{42} = 0/0238$	2/38	66/608
51-55	2	$\frac{2}{42} = 0/0476$	4/76	71/369
56-60	4	$\frac{4}{42} = 0/0952$	9/52	80/892
61-65	2	$\frac{2}{42} = 0/0476$	4/76	85/653
66-70	3	$\frac{3}{42} = 0/0714$	7/14	92/795
71-75	2	$\frac{2}{42} = 0/0476$	4/76	97/556
76-80	-	–	–	97/556
81-85	1	$\frac{1}{42} = 0/0238$	2/38	100
جمع	42	100	٪100	

ب: نسبت اشخاص کمتر از 65ساله وبیشتر به اشخاص کمتر از 65سال را تعیین کنید.

نسبت اشخاص 65وبیشتر به اشخاص کوچکتراز65

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ج: نسبت اشخاص کمتر از 20سال به اشخاص 50ساله وبالاتر را تعیین کنید.

نسبت اشخاص کمتر از20سال به کمتر از 65سال

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

بخش بندی های درصدی :(دهک –صدک –چهارک فقط در داده های رتبه ای و فاصله های استفاده می شود)

هنگامیکه با داده های رتبه ای یا فاصله ای سروکار داریم ممکن اسـت بخـواهیم جایگـاه هریـک از مقـادیر را در توزیع داده ها مشخص کنیم .در این هنگام از بخش بندیهای درصدی به شکل های رتبه صدک ، دهک ،چهـارک استفاده می کنیم .

رتبه صدک برای هرنمره یا مقدار به شکل زیر محاسبه میشود:

$$C = \frac{100}{n}(Cf - \frac{F}{2})$$

رتبه صدک = C مجموع فراوانی= N

فراوانی نمرات مساوی یا کمتر از نمره مورد نظر = C_F فراوانی نمره مورد نظر = F

مثال :برای جدول زیر رتبه صدک هرنمره را محاسبه کنید.

نمره	فراوانی (F)	C_F	صدک C	دهک D	
100	7	115	$C = \frac{100}{115}(115 - \frac{7}{2}) = 97/01$	10	چهارک چهارم
97	9	108	$C = 90/05$		
94	12	99	$C = 80/91$	9	
89	15	87	$C = 69/17$	7	چهارک سوم
87	18	72	$C = 54/81$	6	
84	17	54	$C = 93/59$	4	چهارک دوم
81	12	37	$C = 26/9$	3	
79	10	25	$C = 17/40$	2	
75	6	15	$C = 10/42$	2	چهارک اول
72	3	9	$C = 6/53$	1	
70	6	6	$C = 2/61$	1	
جمع	115				

ارائه داده ها در جدول :

عنوان سطرها			عنوان جدول	عنوان / موضوع
		میدان جدول		سطر موضوعات

انواع جدول :

1– **جدول یک بعدی**:در این نوع جداول ، تنها عناوین یا موضوعات وجود دارد.

طبقه اجتماعی	فراوانی (f)
بالا	10
متوسط	25
پائین	10
جمع	45

2- **جدول دوبعدی** :در این نوع جداول هم عناوین وهم موضوعات در سطر وستون اول جدول مشخص می باشدومقادیر داخلی میدان جدول ،حاصل تقاطع سطرها وستونها هستند.

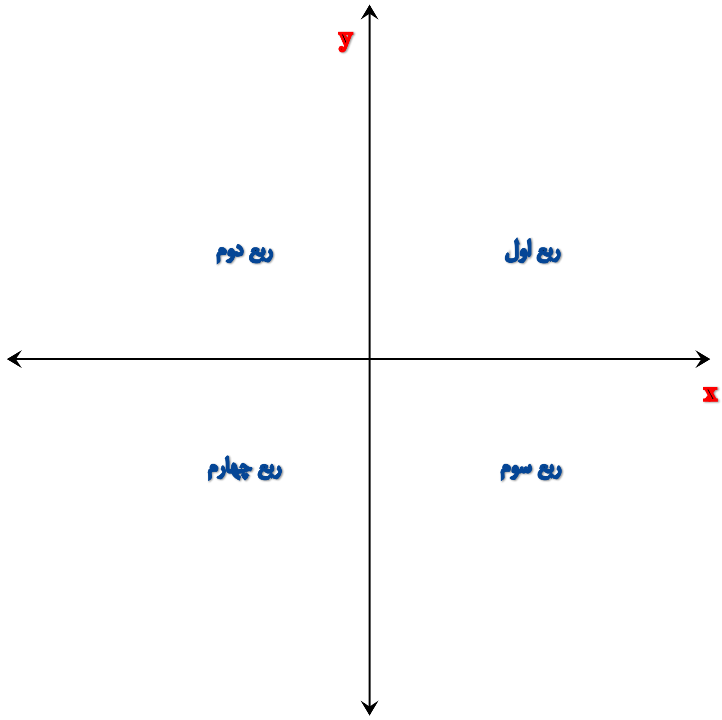
طبقه/نژاد	سیاه	سفید	دورگه
بالا	10	5	7
متوسط	12	7	7
پائین	23	9	3
جمع	45	21	17

3- **جدول سه بعدی** :در این نوع جداول دوردیف عناوین ویک ستون موضوعات ویا یک ردیف عناوین ودوردیف ستون موضوعات داریم .

طبقه نژاد محل سکونت	**سیاه**		**سفید**		**دورگه**	
	شهری–روستائی		شهری–روستائی		شهری–روستائی	
بالا	7	2	3	3	9	1
متوسط	8	14	23	15	1	2
پائین	17	22	15	15	1	4
جمع	32	38	41	33	11	7

ارائه داده ها با نمودار :

دستگاه مختصات : دوخط راست عمود برهم می باشد که بطور مساوی مدرج شده اند .هریک از این خطوط را یک محـور می نامیم .ومحل تقاطع دو محور را مبداء مختصات یا نقطه صفر نمودار می نامیم .(محور افقی را محورx و محور عمودی را محورy می نامیم)



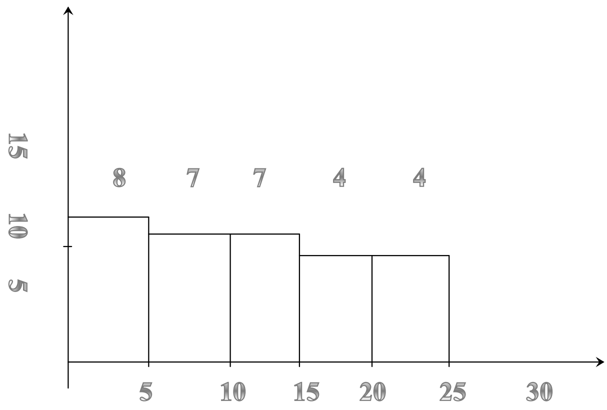
نمودار مستطیلی :

این نوع نمودار برا ی نشان دادن توزیع فراوانی مقایسه پیوسته یا فاصل ای بکار میرووددر این نوع نمودار پهنای همه مسـتطیل ها معمولا مساوی واندازه نشان دهنده پهنای برش یا اندازه فاصله هاست بلندی هر مستطیل اندازه فراوانی آنرا نشان میدهد.

مثال:برای داده های مقابل جدول توزیع فراوانی ونمودار مستطیلی آن را با فاصله برش 4ترسیم کنید.

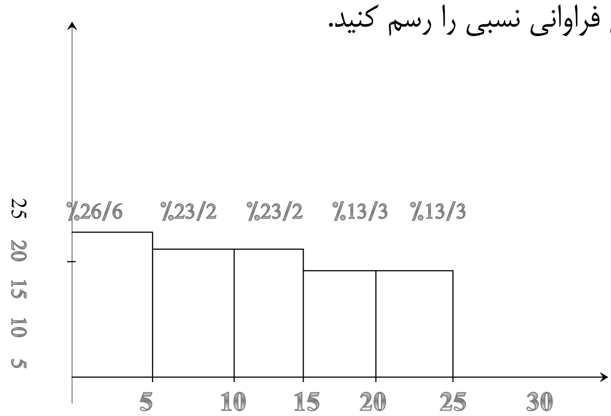
برش	فراوانی f	٪
1-5	8	$\frac{8}{30} \times 100 = 26/6$
6-10	7	23/3
11-15	7	23/3
16-20	4	13/3
21-25	4	13/3
جمع	30	100

7	12	14	12	3
2	14	9	3	7
8	8	2	4	3
13	17	22	19	14
21	23	12	9	8
17	17	21	2	2



نمودار مستطیلی می تواند بر اساس فراوانی مطلق یا فراوانی نسبی ترسیم شود.در نمودار فراوانی مطلق ارتفاع هرستون برابر با فراوانی هربرش ودر نمودار فراوانی نسبی ارتفاع هر ستون برابر با فراوانی نسبی یا در صد فراوانی هربرش میباشد.

مثال :در مثال بالا نمودار مستطیلی فراوانی نسبی را رسم کنید.



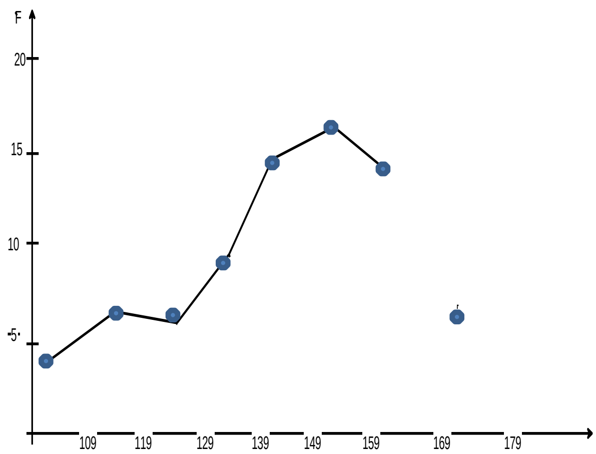
***توجه :چون هدف نمایش شکل نمودار بوده ، ممکن است در تقسم بندی دقیق نباشد ولی اعداد وارقام درست ودقیق می باشد.**

چندگوش فراوانی :

در چندگوش فراوانی مقادیر مطلق یا نسبی هربرش را مشخص نموده وآنرا با یک نقطه در نقطه میانی برش تعیین می کنیم ،سپس این نقاط را به یکدیگر با پاره خطهایی متصل می کنیم .خط شکسته حاصل نموداری است که چند گوش فراوانی نام دارد.

$$\text{نیمساز} = \frac{\text{حدبالا} + \text{حد پایین}}{2}$$

گروه وزنی	فراوانی	نیمساز
99-109	4	104
109-119	7	114
119-129	6	124
129-139	10	134
139-149	15	144
149-159	17	154
159-169	14	164
169-179	18	174

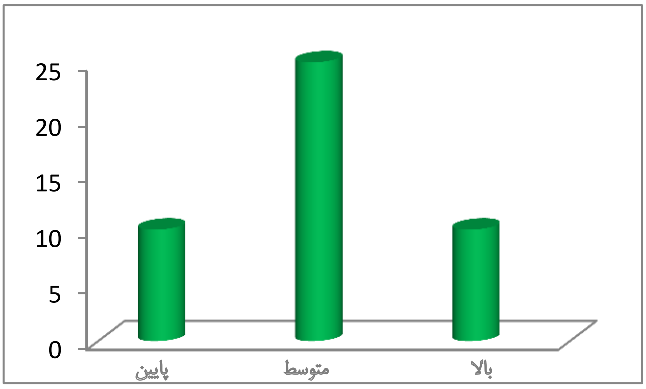


نمودار میله ای :

زمانی که داده های ما در مقیاس اسمی ویا ترتیبی قراردارد استفاده از نمودارهای مستطیلی یا چند گوش فراوانی روانیست بلکه بجای آن بایستی از نمودارهای میله ای ویا دایره ای استفاده کرد.در نمودار میله ای ما مقادیر طبقات را بر روی یکی از محورها با فاصله های مشخص علامت می زنیم وسپس فراوانی هر طبقه را با میله ای بطول آن فراوانی نشان میدهیم .

مثال :

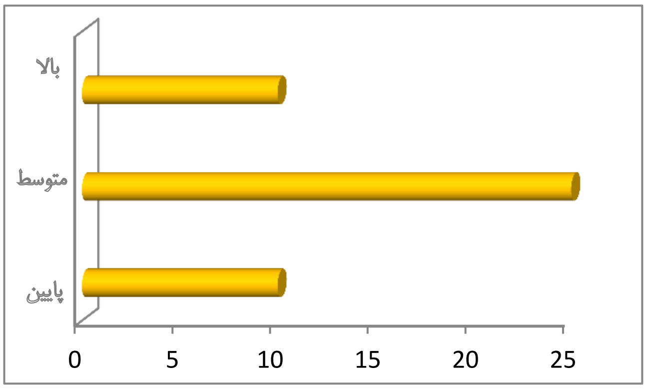
طبقه اجتماعی	فراوانی (f)
بالا	10
متوسط	25
پائین	10
جمع	45



نمودرا میله ای می تواند بصورت افقی یا عمودی باشد .در نمودار میله ای افقی مقادیر طبقات بر روی محور عمودی وفراوانی آنها بر روی محور افقی قرار میگیرد در حالی که در نمودار میله ای عمودی مقادیر طبقات بر روی محور افی وفراوانی بر روی محور عمودی قرار میگیرد.

مثال :

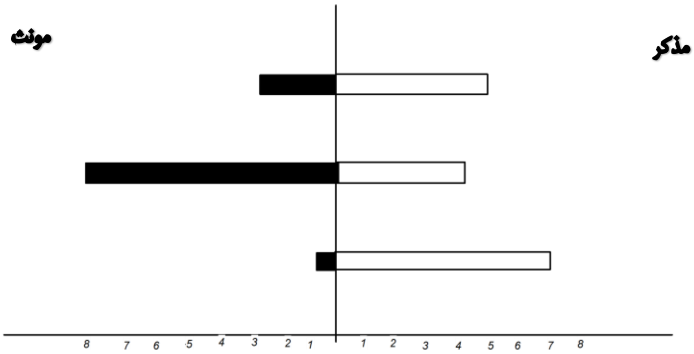
طبقه اجتماعی	فراوانی (f)
بالا	10
متوسط	25
پائین	10
جمع	45



نمودار میله ای لغزان :

زمانی که می خواهیم فراوانی متغیرهای دوحالتی یا دوگانه را بر حسب برخی متغیرهای دیگر نشان دهیم از نمودار لغزان استفاده میکنیم .در این نمودار محور عمودی در مرکز یا نزدیکی آن قرار داده می شود وطول میله های هریک از دوطرف محور فراوانی های متناظر با آن را نشان میدهد.

جنس- طبقه	بالا	متوسط	پایین
مذکر	5	4	7
مونث	3	8	1

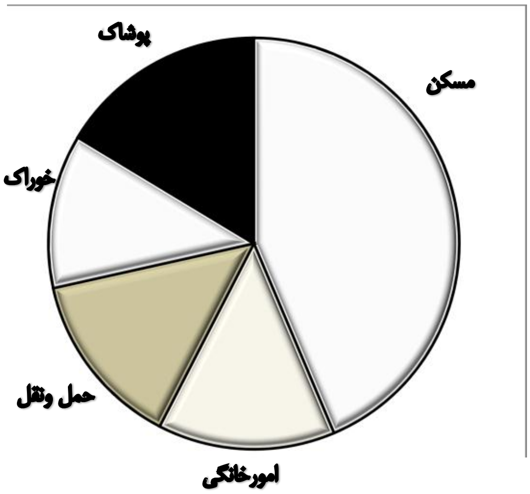


نمودار دایره ای :

برای نمایش فراوانی درصدی داده های عمدتا با مقیاس اسمی بکار میرود .در این روش ابتدا درصد فراوانی هریک از طبقاتمحاسبه شده وسپس برای محاسبه برش متناسب با آن درصد ،از دایره این درصد را بازاویه 360درجه (کل دایره)تناسب می دهیم .

مثال :

مخارج زندگی	هزینه	درصد	زاویه
مسکن	300	$\frac{300}{750}\times 100=40$	$\frac{40}{100}=\frac{x}{360}\rightarrow 144$
پوشاک	150	$\frac{150}{750}\times 100=20$	76
خوراک	100	13	46
حمل ونقل	80	11	40
امورخانگی	120	16	54
جمع	750	100	360



خلاصه های عددی توزیع ها :

در آمار توصیفی بدنبال آن هستیم تا با استفاده از آمارها یا شاخص هائی ،داده هایمان را خلاصه کنیم .این شاخص ها به دو دسته معیارهای مرکزگرائی ومعیارهای تغییر پذیری تقسیم میشوند.در معیارهای مرکز گرائی به دنبال آنیم تا نقطه ای را مشخص کنیم که حتی الامکان تجمع داده ها را نشان دهد .در حالی که در معیارهای تغییر پذیری به دنبال ویژگیهای گستردگی داده ها می باشیم .

معیارهای مرکز گرائی :

1- **نما:**در هر توضیح ،فراوانترین موردمشاهده شده را نمای آن می گویند.مثلا در جدول زیر طبقه جامعه شناسی ،نمای توزیع داده های مربوطه به شمار میرود.

رشته تحصیلی	فراوانی
مردم شناسی	97
اقتصاد	114
ر وان شناسی	110
روان شناسی اجتماعی	72
جامعه شناسی	139
خدمات اداری	109
جمع	641

نما

در زمانی که با توزیع فراوانی گروهی داده ها ،مواجه هستیم ،نما نقطه میانی یا نیمساز برشی است که بیشترین تعداد مشاهدات را در بر میگیرد.مثلادر جدول زیر، نمای توزیع،مقدار 144/5است .زیرا این عدد،نیمساز برشی است که بیشترین تعداد مشاهدات را در برمیگیرد.

برخی از داده ها دارای دو نما یا بیشتر می باشند.

بطور کلی نما ، معیار چندان مناسبی برای بیان مرکزیت داده ها نیست .

اما زمانی که داده ها ی ما در سطح مقیاس اسمی می باشند،نما تنها معیار مرکزگرائی ممکن است.

وزن	فراوانی
190-199	3
180-189	2
170-179	4
160-169	10
150-159	13
140-149	23
130-139	12
120-129	7
110-119	3
100-109	3
جمع	80

نیمساز :زمانی که از داده های رتبه ای یا فاصله ای استفاده می کنیم ،میتوانیم از نیمساز به عنوان توصیفی برای مرکزیت داده ها بهره مند شویم .نیمساز نقطه ای است که نیمی از موارد بالای آن ونیمی دیگر در پائین آن نقطه قرار میگیرد.در توزیع فراوانی ساده داده ها ،مشخص کردن نیمساز از فرمول زیر صورت می پذیرد.

$$md = \frac{n+1}{2} =$$

اگر n فرد باشد

$$md = (\frac{n+2}{2} \text{ ویا } \frac{n}{2})$$

اگر n زوج باشد

مثال :درتوزیع فراوانی زیر نیمساز را محاسبه کنید.

نمره	رتبه تحصیلی
197	198
193	179
189	172
187	167
183	154
179	جمع

حدپائین

حد بالا

$$\text{md}= \frac{n+2}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$$

❋– داده ها را sortمیکنیم

$$md = 172$$

ب: $md = \frac{189+187}{2} = 188$

برای داده های گروهی نیمساز با فرمول زیر محاسبه میشود:

$$md = l + i(\frac{\frac{n}{2} - fm}{fi})$$

L = کمترین حدقیق برش i ام

I= فاصله پهنای برش

N= تعدادمشاهدات

$\frac{n}{2}$ = نصف مشاهدات

Fi= تعداد موارد موجود در برش $\frac{n}{2}$

Fm= تعداد موارد موجوددر برشهای ماقبل $\frac{n}{2}$

راه حل برای محاسبه نیمساز

1-جمع کل فراوانی ها (n)را محاسبه میکنیم وبر اساس آن $\frac{n}{2}$ را مشخص می کنیم .

2- فراوانی تجمعی داده ها ،از کمترین مقادیر به سمت بیشترین مقادیر را حساب میکنیم تا به اولین برشی برسیم که جمع فراوانی ها،بیشتر از $\frac{n}{2}$ شود.این برش ،برشی است که $\frac{n}{2}$ امین مقدار را (در این سوال 35)دارا است .این برش Iام نام دارد.

3- حدهای دقیق برش i را مشخص می کنیم .

4- برای محاسبه حد دقیق برش، براساس یک قاعده سر انگشتی نیم نمره از حد پائین کم می کنیم وبه عنوان حد دقیق برش پائین در نظر گرفته ونیم نمره به حد بالای برش می افزائیم و آنرابه عنوان حد دقیق بالای برش در نظر می گیریم ،سپس حد دقیق پائین برش i را در نظر گرفته وبه عنوان L در فرمول نیمساز منظور می کنیم .

5- پهنای برش را با استفاده از محاسبه تفاضل حدود دقیق بالاوپائین برش i ام را به عنوان Fi در نظر میگیریم .

6- جمع فراوانی برش های قبل از برش i ام ر به عنوان Fm منظور می کنیم .

7- بااستفاده از قرار دادن مقادیر به دست آمده ،در فرمول نیمساز ،نیمساز داده ها را محاسبه می کنیم .

در آمد	F	حد دقیق برش	محاسبات
$290-299$	3	$289/5-299/5$	$n=70$ $\frac{n}{2}=\frac{70}{2}=35$
$280-289$	4	$279/5-289/5$	
$270-279$	6	$269/5-279/5$	$i=259/5-249/5=10$
$260-269$	8	$259/5-269/5$	
$250-259$	19	$249/5-259/5$	$l=249/5$
$240-249$	10	$239/5-249/5$	
$230-239$	9	$229/5-239/5$	$Fm=30$ $Fi=19$
$220-229$	6	$219/5-229/5$	
$210-219$	3	$209/5-219/5$	$md=l+i(\frac{\frac{n}{2}-fm}{fi})=249/5+10\left(\frac{35-30}{19}\right)$=249/5+2/63=252/13
$200-209$	2	$199/5-209/5$	
جمع	70		

مثال :درتوزیع زیر نیمساز را محاسبه کنید .

حد دقیق برش	F	وزن
9/5 – 20/5	3	10-20
19/5 – 30/5	7	20-30
29/5 – 40/5	7	30-40
39/5 – 50/5	14	40-50
49/5 – 60/5	30	50-60
59/5 – 60/5	13	60-70
69/5 – 80/5	4	70-80
	78	جمع

$i = 60/5 - 49/5 = 11$

$l = 49/5$

$n = 78$

fm=31 fi=30 $\frac{n}{2} = \frac{78}{2} = 39$

$md = l + i(\frac{\frac{n}{2} - fm}{fi}) = 49/5 + 11\left(\frac{39-31}{30}\right)$=52/5

مثال :

نیمساز یا میانه را برای توزیع فراوانی زیر حساب کنید.

حد دقیق برش	F	وزن
179/5 – 189/5	17	180-189
169/5 – 179/5	18	170-179
159/5 – 169/5	22	160-169
149/5 – 159/5	12	150-159
139/5 – 149/5	4	140-149
129/5 – 139/5	7	130-139
119/5 – 129/5	1	120-129
	81	جمع

$i = 169/5 - 159/5 = 10$

$l = 159/5$

$n = 81$

fm=24 fi=22 $\frac{n}{2} = \frac{81}{2} = 40/5$

$md = l + i(\frac{\frac{n}{2} - fm}{fi}) = 159/5 + 10\left(\frac{40/5-24}{22}\right)$=167

میانگین حسابی:میانگین حسابی که گاهی اوقات به طور خلاصه میانگین نامیده می شود بـا $\overline{X}$ نمـایش داده میشودواز تقسیم مجموع مقادیر موجود وفراوانی آنها در توزیع محاسبه میشود.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

$\bar{X} =$ میانگین حسابی $\qquad \sum_{i=1}^{n} xi =$ مجموع مقادیر موجود در توزیع $\qquad n =$ تعداد یا فراوانی مشاهدات

مثال :

نمرات امتحانی علی در طول ترم به شرح ذیل بوده است .

76-84-87-93-98

میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\sum_{i=1}^{n} xi = 98 + 93 + 87 + 84 + 76 = 438$$

$$\bar{X} = \frac{438}{5} = 87/6$$

در محاسبه میانگین حسابی ،هریک از مقادیر محاسبه شده ،در برآوردمیانگین موثر است .در حالیکـه نیمسـاز یـا میانه فقط به تعداد مشاهدات بیشتر یاکمتر از نقطه میانی اشاره دارد.میانگین حسابی را میتوان در مثابه مرکـز ثقـل یک توزیع عددی در نظر گرفت.

برای محاسبه میانگین در توزیع گروهی داده ها از فرمول زیر استفاده می کنیم :

$$\bar{X} = \frac{\sum fi\ .mi}{n}$$

$fi =$ فراوانی در هر برش $\qquad mi =$ نیمساز هر برش $\qquad n =$ فراوانی

تمرین :

1- نمره های امتحانی دانشجوئی از این قرار است : 74-78-90-74- 85

نما ،نیمساز ومیانگین این نمره ها را مشخص کنید .

نما =74

$$\text{نیمساز} \rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{5+1}{2} = 3 \rightarrow 78$$

$$\sum xi = 85 + 74 + 90 + 78 + 74 = 401$$

$$\bar{X} = \frac{401}{5} = 80/2$$

2- در همان امتحانات ,دانشجوی دیگری نمرات 90-81-90-38و86 را کسب کرد.همان معیارهای فوق را برای او نیز محاسبه کنید.

نما=90

$$\text{نیمساز} \rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{5+1}{2} = 3 \rightarrow 86$$

$$\sum xi = 86 + 38 + 90 + 81 + 90 = 385$$

$$\bar{X} = \frac{385}{5} = 77$$

3- در توزیع مقابل عملکرد دوکلاس در یک امتحان نشان داده شده است .

الف): نمادهای دوکلاس چیست ؟

نماکلاس یک : 98 نما کلاس دو: 98

ب):نیمسازهای هریک از دو کلاس را محاسبه کنید.

کلاس یک	کلاس دو
98	98
97	91
94	89
93	83
90	83
90	83
90	79
88	78
87	76
85	74
82	72
81	71
80	69
77	68
73	67

نما

نیمساز کلاس1 $\rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{15+1}{2} = 8 \rightarrow 88$

نیمساز کلاس2 $\rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{15+1}{2} = 8 \rightarrow 78$

ج):میانگین های دوکلاس را مشخص کنید.

میانگین کلاس1 $\rightarrow \sum xi = 1305$

$$\bar{X} = \frac{1305}{15} = 87$$

میانگین کلاس2 $\rightarrow \sum xi = 1181$

$$\bar{X} = \frac{1181}{15} = 78/73$$

د):این داده ها را براساس پهنای برش 10تائی به صورت یک توزیع گروهی در آورید.

کلاس1	نمره f
79-70	2
89-80	6
99-90	7
جمع	15

$\frac{n}{2} = 7/5$ n=15 fi=6 I=10

نیمساز

$md = 79/5 + 10\left(\frac{7/5-2}{6}\right) = 88/6$

ه):برای این توزیع گروهی در هردوکلاس نیمساز را محاسبه کنید.

کلاس2	نمره f
60-69	3
70-79	6
80-89	4
90-99	2
جمع	15

n=15 fm=3 fi=6 L=6 $\frac{n}{2} = 6$

نیمساز

$$md = 69/5 + 10\left(\frac{7/5-3}{6}\right) = ?$$

4−برای داده های زیر ،در هریک از گروه های سه گانه ،نیمساز را محاسبه کنید.

برش	گروه 1	گروه 2	گروه 3
190-199	1	1	2
180-189	2	2	3
170-179	4	4	15
160-169	7	7	5
150-159	14	14	6
140-149	24	24	3
130-139	14	1	2
120-129	7	1	5
110-119	4	2	10
100-109	2	6	16
90-99	1	18	12
جمع	80	80	79

گروه اول

$n = 80$ $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$ $fi = 24$ $l = 139/5$

fm=28

$$md = 139/5 + 10\left(\frac{40-28}{24}\right) = 144/5$$

نیمساز

گروه دوم

$n = 80$ $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$ $fi = 24$ $l = 139/5$

i=10 fm=28

$$md = 139/5 + 10\left(\frac{40-28}{24}\right) = 144/5$$

نیمساز

گروه سوم

$n = 79$ $\frac{n}{2} = \frac{79}{2} = 39/5$ $fi = 5$ $l = \frac{119}{5}$ $i = 10$ $fm = 38$

$$md = 119/5 + 10\left(\frac{39/5-38}{5}\right) = 122/5$$

نیمساز

مثال :برای نمودار توزیع فراوانی زیر میانگین را محاسبه کنید.

راه حل :

1 - حد دقیق برش را برای تمامی برشها بدست کمی آوریم.

2– نیمساز هر برش را محاسبه می کنیم.

3– حاصلضرب فراوانی هربرش در نیمساز آن برش را در ستون جداگانه برای تمامی برشها حساب میکنیم.

4– جمع همه فراوانیها(n) وحاصل جمع ارقام ستون حاصلضرب نیمساز در فراوانی (f.m) را محاسبه میکنیم.

5– با تقسیم حاصل جمع حاصلضرب فراوانی در نیمساز برشها ($\sum fi.Mi$)بر n ،میانگین حسابی ایـن توزیـع را محاسبه می کنیم .

مثال :

برش	فراوانی	حد دقیق	نیمساز برش	f.m
290-299	2	$289/5 - 299/5$	$\frac{289/5 + 299/5}{2} =$	$294/5 \times 2$
280-289	1	$279/5 - 289/5$	$\frac{279/5 + 289/5}{2} =$	$284/5 \times 1$
270-279	3	$269/5 - 279/5$	274/5	$274/5 \times 3$
260-269	9	$259/5 - 269/5$	264/5	$26/5 \times 9$
250-259	17	$249/5 - 259/5$	254/5	$254/5 \times 17$
240-249	23	$239/5 - 249/5$	244/5	$244/5 \times 23$
230-239	15	$229/5 - 239/5$	234/5	$234/5 \times 15$
220-229	6	$219/5 - 229/5$	224/5	$224/5 \times 6$
210-219	2	$209/5 - 219/5$	214/5	$214/5 \times 2$
200-209	2	$199/5 - 209/5$	204/5	$199/5 \times 2$
جمع	80			19730

$$\bar{X} = \frac{\sum fi\,.mi}{n} = \frac{19730}{80} = 246/63$$

راه دیگر محاسبه نیمساز:

طول برش تقسیم بر 2 $\longleftarrow$ $\frac{\text{طول برش}}{2}$

مثال :

F,m	نیمساز	حددقیق	فراوانی	برش
$97 \times 5 = 485$	$\frac{94/5 + 99/5}{2} = 97$	$94/5 - 99/5$	5	95-99
644	92	$89/5 - 94/5$	7	90-94
348	87	$84/5 - 89/5$	4	85-89
656	82	$79/5 - 84/5$	8	80-84
1078	77	$74/5 - 79/5$	14	75-79
864	72	$69/5 - 74/5$	12	70-74
201	67	$64/5 - 69/5$	3	65-69
372	62	$59/5 - 64/5$	6	60-64
114	57	$54/5 - 59/5$	2	55-59
52	52	$49/5 - 54/5$	1	50-54
4814			62	جمع

$$\bar{X} = \frac{\sum fi\,.mi}{n} = \frac{4814}{62} = 77/64$$

مثال :میانگین توزیع فراوانی جدول زیر را محاسبه کنید.

Fi,mi	mنیمساز	حددقیق	فراوانی	برش
$1 \times 194/5 = 194/5$	$\frac{189/5 + 199/5}{2} = 194/5$	$189/5 - 199/5$	1	190-199
369	184/5	$179/5 - 189/58$	2	180-189
698	174/5	$169/5 - 179/5$	4	170-179
1151/5	164/5	$159/5 - 169/5$	7	160-169
2163	154/5	$149/5 - 159/5$	14	150-159
3468	144/5	$139/5 - 149/5$	24	140-149
1883	134/5	$129/5 - 139/5$	14	130-139
871/5	124/5	$119/5 - 129/5$	7	120-129
458	114/5	$109/5 - 109/5$	10	110-119
209	104/5	$99/5 - 109/5$	2	100-109
94/5	94/5	$89/5 - 99/5$	1	90-99
11560			80	

$$\bar{X} = \frac{\sum fi\,.mi}{n} = \frac{11560}{80} = 144/5$$

میانگین های گروهی

گاهی اوقات میانگین مربوطه به چند گروه با فراوانی های متفاوت گزارش میشود وهدف آن است که میانگین کل این گروهها را محاسبه کنیم .به این میانگین ،میانگین های گروهی ،میانگین کلان گفته میشود وبا فرمول زیر نشان داده میشود:

$$G\bar{X} = \frac{\sum ni.\bar{X}i}{N}$$

$ni =$ هرفراوانی گروه　　$N =$ جمع فراوانی همه گروهها　　$\bar{X}i =$ میانگین هر گروه

مثال :میانگین نمرات پنج کلاس مقدماتی جامعه شناسی در یک مدرسه به شرح ذیل داده شده است .میانگین نمرات کل کلاس را محاسبه کنید.

n	$\bar{X}$	کلاس
65	87	یک
110	92	دو
85	89	سه
200	96	چهار
60	84	پنج
520		جمع

$$65 \times 87 = 5655$$
$$110 \times 92 = 10120$$
$$85 \times 89 = 7565$$
$$200 \times 96 = 19200$$
$$60 \times 84 = 5040$$
$$\sum ni.\bar{x}i = 47580$$

$$G\bar{X} = \frac{\sum ni.\bar{X}i}{N} = \frac{47580}{520} = ?$$

را ه حل :

- حاصلضرب میانگین هر گروه در فراوانی آن را در ستون مجزا محاسبه نموده ومی نویسیم .
- حاصل جمع اعداد ستون بدست آمده را محاسبه می کنیم .

- - حاصل جمع فراوانی همه گروهها را محاسبه می کنیم .
- - دو عدد بدست آمده را طبق فرمول بر یکدیگر تقسیم ومیانگین کلان را بدست می آوریم .

مثال:میانگین توزیع فراوانی مقابل را محاسبه کنید.(85-74-90-78-74)

فراوانی	نمره
1	90
1	85
1	78
2	74
5	جمع

نما=74

n= 5

نیمساز $\rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{6}{2} = 3$

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{85+74+90+78+74}{5} = 80/2$$

مثال : میانگین توزیع فراوانی مقابل را محاسبه کنید.(90-86-38-90-81)

نما=90

n=5

نیمساز $\rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{5+1}{2} = 3$

فراوانی	نمره
2	90
1	86
1	81
2	38
5	جمع

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{90+90+86+38+81}{5} = 77$$

در صفحه بعد دومثال از کلاس درس ارائه شده است که در آن نیمساز ومیانگین محاسبه شده لذا شما میتوانید با حل مشابه این مسئله آگاهی خودرا مضاعف کنید.

مثال :

f	کلاس یک
1	98
1	97
1	94
1	93
3	90
1	88
1	87
1	85
1	82
1	81
1	80
1	77
1	73
15	جمع

الف): نما=90

ب): نیمساز $\rightarrow md = \frac{n+1}{2} \rightarrow \frac{15+1}{2} = 8$

ج): $\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{98+97+94+93+\cdots+73}{15} = \frac{1305}{15} = 87$

f	برش
2	70-79
6	80-89
7	90-99
15	جمع

د): $md = l + i(\frac{\frac{n}{2}-fm}{fi}) \rightarrow$

$i = 10 \qquad l = 79/5 \qquad n = 15$

$\frac{n}{2} = 7/5 \qquad fi = 6 \qquad fm = 2$

$$md = 79/5 + 10(\frac{7/5 - 2}{6}) = 88/66$$

مثال :

f	کلاس دو
1	98
1	91
1	89
3	83
1	79
1	78
1	76
1	74
1	72
1	71
1	69
1	68
15	جمع

f	برش
3	60-69
6	70-79
4	80-89
2	90-99
15	جمع

نما=83

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n} = \frac{98+91+89+83+\cdots+68}{15} = \frac{1181}{15} = 78/73$$

$i = 10 \qquad l = 69/5 \qquad n = 15$

$\frac{n}{2} = 7/5 \qquad fi = 6 \qquad fm = 3$

$$md = l + i(\frac{\frac{n}{2}-fm}{fi}) = 69/5 + 10\left(\frac{7/5-3}{6}\right)$$

=؟

تمرین : برای داده های ذیل مقادیر زیر را حساب کنید.

الف):صدک 29 -37 -83

ب):دهک – چهارم – نهم

ج):چهارک اول – دوم – سوم

38	**40**	**64**	**28**	**70**	**43**
75	20	57	41	37	**69**
29	46	59	23	52	**46**
34	15	81	41	13	**14**
45	66	73	63	53	**56**
59	35	33	32	29	**39**
33	40	38	25	36	**70**

گروه	فراوانی	cf
10-14	2	2
15-19	1	2+1=3
20-24	2	3+2=5
25-29	4	9
30-34	4	13
35-39	4	17
40-44	6	23
45-49	5	28
50-54	3	31
55-59	2	33
60-64	4	37
65-69	2	39
70-74	3	42
75-79	1	43
80-84	1	44
جمع	44	

فرمول صدک $C = \frac{100}{n}\left(C_F - \frac{F}{2}\right) =$

$$C_{29} = \frac{100}{44}\left(9 - \frac{4}{2}\right) = 2/272 = 2/27$$

$$C_{37} = \frac{100}{44}\left(17 - \frac{4}{2}\right) = 34/09$$

$$C_{83} = \frac{100}{44}\left(44 - \frac{1}{2}\right) = 41/22$$

معیارهای تغییر پذیری:

در مقابل آمارهایی که نشانگر مرکزیت هستند معیارهای دیگری وجود داردکه میزان پراکندگی داده ها یا تغییر پذیری آنها را نشان میدهد .از جمله این معیارها میتوان به دامنه ،نیم دامنه ،میانه وواریانس وانحراف معیار اشاره کردکه میزان تغییر پذیری در داده های پیوسته را نشان می دهند.

- **دامنه :** دامنه هر توزیع برابر با تفاضل بیشترین وکمترین مقدار مشاهده شده در آن توزیع می باشد.

مثال : در توزیع های زیر دامنه را مشخص کنید.

X_2	X_1
56	35
51	34
50	33
48	32
45	31
16	30
14	30
12	29
10	28
8	28

راه حل :

به منظور محاسبه، ابتدا بالاترین مقدار وپائین ترین مقدار مشاهده شده را در توزیع مشخص می کنیم .

سپس این دو مقدار را از یکدیگر کم می کنیم حاصل بدست آمده دامنه آن توزیع خواهدبود.

بیشترین =35 **کمترین =28** $X_1 = 38 - 28 = 7$

بیشترین =56 **کمترین =48** $X_2 = 56 - 8 = 48$

نیم دامنه میانی :

این معیار بر اساس بخش بندی کل توزیع به چارکها بدست می آیدوتاثیرات مقدارهای گرانی (حدی)واندازه نمونه را خنثی می کند.نیم دامنه میانی برابر با نصف چهارک سوم از چهارک اول است .

فرمول نیم دامنه میانی $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} =$ نیم دامنه میانی

مثال :

در داده های مثال پیشین نیم دامنه میانی را محاسبه کنید.

ابتدا X_1 تعداد داده ها را می شماریم .=10

چهارک اول تا چهارم را محاسبه می کنیم .

	X_1
10	35
9	34
8	33
7	32
6	31
5	30
4	30
3	29
	28
	28

چهارک چهارم

چهارک سوم

چهارک دوم

چهارک اول

$$\frac{1}{4}\times 10 = 2/5$$

$$\frac{2}{4}\times 10 = 5$$

$$\frac{3}{4}\times 10 = 7/5$$

$$\frac{4}{4}\times 10 = 10$$

$$\boldsymbol{Q_1} = \frac{28+29}{2} = 28/5$$

$$\boldsymbol{Q_3} = \frac{32+33}{2} = 32/5$$

نیم دامنه میانی $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{32/5-28/5}{2}$ **=32/5**

X_2	
56	
51	
50	
48	
45	
16	
14	
12	
10	
8	28

$$\boldsymbol{Q_1} = \frac{12+10}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

$$\boldsymbol{Q_3} = \frac{50+48}{2} = \frac{98}{2} = 49$$

نیم دامنه میانی $= \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{49-11}{2} = 19$

واریانس :

واریانس مجموعه ای از داده ها برابر است با حاصل جمع تفاوت تک تک مقادیر مشاهده شده از میانگین بـه تـوان 2تقسیم بر فراوانی کل داده ها :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^{\mathbf{2}}}{n} =$$

مثال : در داده های مثال پیشین واریانس نمرات حسن وحسین را حساب نمائید.

راه حل : به منظور محاسبه واریانس به ترتیب زیر عمل میکنیم ؛

1– میانگین مقادیر را محاسبه میکنیم .

2– در ستون کنار ستون داده ها تفاضل هریک از داده ها از میانگین را محاسبه می کنیم ودر ج می نمائیم .

3– در ستون سوم مقادیر ستون پیشین (تفاضل داده از میانگین)را به توان 2رسانده ثبت می نمائیم .

4– حاصل جمع داده های ستون سوم (مجذورتفاضل داده ها از میـانگین)وفراوانـی کـل داده هـا را محاسـبه میکنیم .

5– دو عدد به دست آمده را با یکدیگر تقسیم وواریانس را بدست می آوریم .

$(x-\bar{x})^2$	X-$\bar{x}$	X2
16	35-31=4	35
9	34-31=3	34
4	33-31=2	33
1	32-31=1	32
0	31-31=0	31
1	30-31=-1	30
1	30-31=-1	30
4	29-31=-2	29
9	28-31=-3	28
9	28-31=-3	28
54		جمع

$$\bar{X} = \frac{35+34+33+32+31+30+30+29+28+28}{10}$$

$$\bar{X} = \frac{310}{10} = 31$$

$$S^2 = \frac{54}{10} = 5/4$$

$(x-\bar{x})^2$	X-$\bar{x}$	X2
625	56-31=25	56
400	51-31=20	51
361	50-31=19	50
289	48-31=17	48
196	45-31=14	45
225	16-31=-15	16
289	14-31=-17	14
361	21-31=-19	12
441	10-31=-21	10
529	8-31=-23	8
		جمع

$$\bar{X} = \frac{56+51+50+48+45+16+14+12+10+8}{10}$$

$$\bar{X} = \frac{310}{10} = 31$$

$$S^2 = \frac{3716}{10} = 371/6$$

محاسبه واریانس به شیوه ای دیگر:

برای محاسبه واریانس میتوان از فرمول دیگری نیز استفاده نمودکه به شکل زیر می باشد:

$$S^2 = \frac{\sum Xi^2 - \frac{(\sum i)^2}{n}}{n} =$$

مثال :واریانس داده های مثال پیش را بااستفاده از روش فوق محاسبه می نمائیم .

راه حل :

برای بدست آوردن واریانس با استفاده از فرمول دوم به شیوه زیر عمل می نمائیم :

1- در ستون کنار ستون داده ها مقادیر هریک از داده ها را به توان 2 می رسانیم .

2- حاصل جمع ستون اول (مقادیر مشاهده شده)وستون دوم (مجذورمقادیر)را بدست آورده در زیر هریک از ستونها درج می نمائیم .

3- واریانس را بااستفاده از فرمول ومقادیر بدست آمده حساب می نمائیم .

X^2	X_1
1225	35
1156	34
1089	33
1024	32
961	31
900	30
900	30
841	29
784	28
784	28
$\sum xi^2 = 9664$	$\sum xi = 310$

$$S^2 = \frac{\sum Xi^2 - \frac{(\sum i)}{n}}{n} = \frac{9664 - \frac{(310)^2}{10}}{10}$$

$$S^2 = 5/4$$

X_2^2	X_2
3136	56
2661	51
2500	50
2304	48
2025	45
256	16
196	14
144	12
100	10
64	8
$\sum xi^2 = 13326$	$\sum xi = 310$

$$S^2 = \frac{\sum Xi^2 - \frac{(\sum i)}{n}}{n} = \frac{13326 - \frac{(310)^2}{10}}{10}$$

$$S^2 = 371/6$$

محاسبه واریانس برای داده های گروهی :

در مواردی که توزیع داده ها بصورت برش دار یا گروهی داده شده است باید از فرمول دیگری استفاده کرد که بشرح زیر می باشد:

$$S^2 = \sum f\, i.mi^2 - \frac{(\sum fi\, .mi)^{\ 2}}{n} =$$

که در آن :

فراوانی هربرش = fi   نیم ساز هربرش = mi

مثال : برای داده ها ی زیر واریانس را محاسبه کنید.

راه حل :

برش	کلاس 1(f_1)	کلاس 2(f_2)
16-20	5	8
11-5	14	6
6-10	5	3
1-5	2	7
جمع	26	24

1- حد دقیق برش را برای همه برشها بدست می آوریم و در یک ستون ثبت می کنیم.

2- نیم ساز همه برشها را محاسبه کرده ودر ستون بعدی درج میکنیم(نیمساز هر برش مساوی میانگین حددقیق بالاوحددقیق پائین برش می باشد.

3- مجذور نیم ساز هربرش را محاسبه ودر ستون بعدی درج میکنیم.

4- حاصلضرب فراوانی هربرش در نیم ساز هربرش را برای همه برشهادر ستون بعدی محاسبه میکنیم .

5- حاصلضرب فراوانی هربرش در مجذور نیمساز را برای همه برشها محاسبه ودر ستون بعدی درج میکنیم .

6- حاصل جمع در ستون اخیر رامحاسبه زیر این ستونها ثبت می کنیم .

7- بااستفاده از اعدادبدست آمده اخیر وفرمول داده شده واریانس را محاسبه میکنیم .

تمرین 1: برای توزیع داده های زیر واریانس را حساب کنید.

برش	F_1	F_2			
1-5	4	2			
6-10	7	8			
11-15	9	2			
16-20	9	2			
21-25	4	8			
جمع	33	22			

تمرین2:برای توزیع داده های زیر واریانس را حساب کنید.

برش	F_1	F_2			
100-110	2	7			
111-120	3	7			
121-130	7	2			
131-140	7	2			
141-150	2	7			
151-160	2	2			
161-170	7	5			
جمع	30				

توجه :این جزوه تا پایان کلاسهای درسی استاد بخشی بوده وجلسات جبرانی در آن موجودنیست.