



## ارائه مدل جدید الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی خط تولید

فاطمه رضاپور چورس<sup>۱</sup>، دکتر سهراب خان محمدی<sup>۲</sup> دکتر جواد جاسبی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه سماء آزاد اسلامی واحد اسلامشهر

تهران، ایران

[f\\_rezapour59@yahoo.com](mailto:f_rezapour59@yahoo.com)

<sup>۲</sup> دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز

تبریز، ایران

[khan@iaucss.org](mailto:khan@iaucss.org)

<sup>۳</sup> دانشکده مدیریت و اقتصاد - دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات

تهران، ایران

[jassbi@iaucss.org](mailto:jassbi@iaucss.org)

چکیده: در بهینه‌سازی هدف تعیین یک دسته از پارامترها به گونه‌ای است که یک معیار بهینه‌گی با در نظر گرفتن شروطی برآورده شود. اغلب روش‌های بهینه‌سازی موجود بر خلاف الگوریتم ژنتیک، بطور ذاتی برای حل مسائل بهینه‌سازی پیوسته ایجاد شده‌اند و در صورت استفاده از این روش‌ها در حل مسایل گسسته باید تغییراتی در آن‌ها صورت پذیرد. الگوریتم ژنتیک پرکاربردترین روش بهینه‌سازی برای حل مسائل گسسته می‌باشد. الگوریتم‌های ژنتیک ذاتاً موازی‌اند و به دلیل موازی بودن و این که چندین رشته در یک لحظه می‌تواند مورد ارزیابی قرار گیرد، این الگوریتم برای مسائلی که فضای راه حل بزرگی دارند بسیار مفید است. برای این منظور، تغییراتی در الگوریتم ژنتیک داده شده است. نتایج آزمایشات نشان می‌دهد الگوریتم پیشنهادی در مسایل بهینه‌سازی خط تولید نسبت به الگوریتم‌های دیگر عملکرد بهتری دارد.

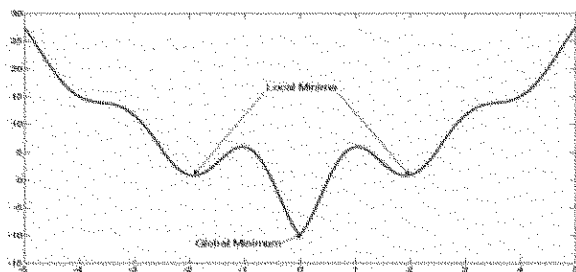
کلمات کلیدی: الگوریتم ژنتیک، job shop scheduling

## ۱- مقدمه

که در آن  $S$  فضای جستجو است. در یک مسئله بهینه‌سازی نامقید رابطه (۳) برقرار است:

$$S = R^n \quad (3)$$

مقدار بهینه مطلق مقدار  $f$  در نقطه  $x^*$  است. تفاوت میان بهینه محلی و مطلق در شکل ۱، نشان داده شده است. یک الگوریتم بهینه‌سازی مطلق، نقطه بهینه را بدون در نظر گرفتن چگونگی انتخاب نقطه شروع فرایند بهینه‌سازی پیدا می‌کند. الگوریتم‌های تکاملی که شامل الگوریتم‌هایی همچون بهینه‌سازی گروه ذرات [2]، بهینه‌سازی کلونی مورچه‌ها [3]، الگوریتم ژنتیک [4] و غیره می‌باشند؛ از الگوریتم‌های معرفی شده برای اهداف بهینه‌سازی مطلق می‌باشند.



شکل ۱: تفاوت میان بهینه محلی و مطلق

اغلب روش‌های بهینه‌سازی موجود برخلاف الگوریتم ژنتیک بطور ذاتی برای حل مسائل بهینه‌سازی پیوسته ایجاد شده‌اند و در صورت استفاده از این روش‌ها در حل مسایل گسسته باید تغییراتی در آن‌ها صورت پذیرد. الگوریتم ژنتیک پر کاربرد ترین روش بهینه‌سازی برای حل مسائل گسسته می‌باشد (خطوط تولید از جمله مسائل گسسته است). الگوریتم‌های ژنتیک ذاتاً موازی‌اند و به دلیل موازی بودن و این که چندین رشته در یک لحظه می‌توانند مورد ارزیابی قرار گیرند این الگوریتم برای مسائلی که فضای راه حل بزرگی دارند بسیار مفید است. اکثر الگوریتم‌های دیگر موازی نیستند و فقط می‌توانند فضای مسئله مورد نظر را در یک جهت در یک لحظه جستجو کنند و اگر راه حل پیدا شده یک جواب بهینه محلی باشد و یا زیر مجموعه‌ای از جواب اصلی باشد، باید تمام کارهایی که تا به حال انجام شده را کنار گذاشت.

الگوریتم ژنتیک یک روش جستجوی مطلق است بنابراین تفاوت عمده‌ای با روش‌های کلاسیک جستجوی محلی دارد. مهم‌ترین تفاوت‌های الگوریتم ژنتیک با روش‌های عادی بهینه‌سازی این است که الگوریتم ژنتیک در هر تکرار یک جمعیت تولید می‌کند که نهایتاً جمعیت به یک راه حل بهینه می‌رسد و جمعیت‌های بعدی را بر اساس محاسباتی که گزینه‌های تصادفی می‌یابند، پیدا می‌کنند. در مقابل، الگوریتم‌های استاندارد در هر تکرار یک نقطه تولید می‌کنند که نهایتاً دنباله نقطه‌ها به یک راه حل بهینه می‌رسند و نقطه‌های

بهینه‌سازی اهمیت زیادی در بسیاری از شاخه‌های علوم دارد. به عنوان مثال فیزیک‌دانها، شیمی‌دانها و مهندسان علاقه دارند تا یک طرح بهینه برای طراحی یک پروسه شیمیایی به کار برند و محصول تولید شده را با در دست داشتن شروطی مثل هزینه و آلودگی کم، بهینه کنند. همچنین در برازش غیر خطی مدل و منحنی به بهینه‌سازی نیاز است. اقتصاددانان و تحقیق‌کنندگان در عملیات<sup>۱</sup> نیز باید جایابی بهینه منابع در جامعه و صنعت را پیدا کنند.

بهینه‌سازی<sup>۲</sup>، به هر دو عبارت کمینه‌سازی<sup>۳</sup> و بیشینه‌سازی<sup>۴</sup> اشاره دارد. یک مسئله بهینه‌سازی که در آن هدف کمینه کردن تابع  $f$  است، در حقیقت  $-f$  را بیشینه می‌کند. بنابراین عبارت بهینه‌سازی، کمینه‌سازی و بیشینه‌سازی به جای هم نیز به کار می‌روند [1].

روشهای مطرح شده برای بهینه‌سازی می‌توانند در دو دسته عمده طبقه‌بندی شوند؛ بهینه‌سازی محلی و بهینه‌سازی فراگیر یا عام.

## ۱-۱- بهینه‌سازی محلی

بهینه محلی<sup>۵</sup>،  $x_B^*$  تابع  $f$  در ناحیه  $B$ ، به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود.

$$f(x_B^*) \leq f(x) \quad , \quad \forall x \in B \quad (1)$$

که در آن  $B \subset S \subset R^n$ ، که  $S$  فضای جستجو است. در مسائل نامقید<sup>۶</sup>،  $S = R^n$  برقرار است. روشهای زیادی برای حل مسائل بهینه‌سازی محلی معرفی شده‌اند. این روشها در سه طبقه عمده جبری<sup>۷</sup>، تحلیلی<sup>۸</sup> و احتمالاتی<sup>۹</sup>، قابل تقسیم‌بندی هستند [1].

## ۱-۲- بهینه‌سازی عام

نقطه بهینه مطلق (عام)<sup>۱۰</sup>، به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$f(x^*) \leq f(x) \quad , \quad \forall x \in S \quad (2)$$

<sup>1</sup> Operation researchers

<sup>2</sup> Optimization

<sup>3</sup> Minimization

<sup>4</sup> Maximization

<sup>5</sup> Local optimum

<sup>6</sup> Unconstrained

<sup>7</sup> deterministic

<sup>8</sup> analytical

<sup>9</sup> stochastic

<sup>10</sup> Global minimum

هزینه شود، مسئله بهینه‌سازی پویا می‌شود [5]. از این لحاظ مسئله تعیین توالی ماشینها و کارها یک مسئله ایستا می‌باشد. البته باز هم می‌توان در مدل‌سازی مسئله به‌گونه‌ای عمل کرد که به یک مسئله بهینه‌سازی پویا ختم شود. به عنوان مثال اگر برنامه زمانبندی را برای ماشین‌های متغیر با زمان و به همراه نیروی انسانی و سایر پارامترهایی که با زمان تغییر می‌کنند، در نظر می‌گیریم به یک مسئله پویا می‌رسیم. ولی برای سادگی کار و به این جهت که تقریب نامتغیر با زمان بودن یک تقریب مناسب برای مدل می‌باشد، مسئله تعیین توالی ماشینها و کارها را یک مسئله ایستا در نظر می‌گیریم.

#### ۴-۲- بهینه‌سازی مقید و بدون قید

اگر متغیرهای مسئله بهینه‌سازی به‌بازه خاصی محدود باشند با یک مسئله بهینه‌سازی مقید سروکار داریم و در غیر این صورت مسئله بهینه‌سازی نامقید است [5]. از این لحاظ مسئله تعیین توالی ماشینها و کارها یک مسئله مقید می‌باشد. به عنوان مثال از قیدهای مسئله می‌توان به عدم کار همزمان بر روی یک کار توسط دو ماشین و نیز رعایت توالی انجام کارها اشاره کرد. در بخش ۴، چگونگی مدل کردن این قیدها را خواهید دید.

#### ۵-۲- بهینه‌سازی پیوسته و یا گسسته

یک مسئله بهینه‌سازی گسسته مسئله‌ای است که در آن متغیرهای مسئله در یک‌بازه معین، تغییرات گسسته دارند. در حالی که در یک مسئله پیوسته، متغیرها در بازه معین تغییرات گسسته دارند [5]. از این لحاظ مسئله برنامه‌ریزی تعیین توالی ماشینها و کارها یک مسئله بهینه‌سازی گسسته می‌باشد زیرا یک جدول گسسته از ماشینها و زمانهای گسسته‌ای موجود است که باید توسط یک تعداد کار و عملیات پر شود.

#### ۶-۲- بهینه‌سازی تک معیاره و چند معیاره

یک مسئله بهینه‌سازی تک معیاره دارای تنها یک تابع هدف می‌باشد. اما در یک مسئله چند معیاره تعداد تابع هدفهایی که بطور همزمان بهینه می‌شوند بیش از یک تا است [5]. در این مسئله با تابع چند معیاره سروکار داریم که در تابع هدف در مورد آن بحث خواهد شد.

#### ۳- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم‌های ژنتیک پراستفاده‌ترین و شناخته‌شده‌ترین الگوریتم‌های تکاملی هستند. اجزای زیر ساختی فرایند تکاملی شامل تجدید نسل، جهش، رقابت و انتخاب هستند. تجدید نسل، فرایندی است که در طی آن یک عنصر جمعیت برنامه ژنی خود را به فرزندان خود انتقال می‌دهد. انتقال برنامه ژنی در معرض خطایی قرار دارد که

بعدی را بر اساس محاسبه معین پیدا می‌کند (ممکن است فقط در مینیمم محلی نوسان کند).

سازماندهی مقاله به این صورت است که در بخش دوم مسائل بهینه‌سازی از دیدگاه‌های مختلف تقسیم‌بندی و مسائل بهینه‌سازی برای مدل‌سازی خط تولید با استفاده از این دیدگاهها بررسی شده است. بخش سوم مروری بر مقدمه و تاریخچه الگوریتم ژنتیک دارد. در بخش چهارم الگوریتم ژنتیک پیشنهادی برای بهینه‌سازی مسایل خط تولید معرفی شده است و در بخش پنجم آزمایش الگوریتم پیشنهادی روی یک مسئله نمونه و مقایسه آن با دیگر الگوریتمها انجام گرفته است؛ و بالاخره در بخش هفتم نتایج و کارهای آینده بررسی گردیده است.

#### ۲- تقسیم بندی مسائل بهینه‌سازی و تقسیم

##### بندی مسئله مورد نظر از این دیدگاهها

مسائل بهینه‌سازی مانند مسئله توالی ماشینها و کارها را از دیدگاه‌های مختلف به چندین نوع می‌توان تقسیم‌بندی نمود [5].

#### ۱-۲- بهینه‌سازی با سعی خطا، بهینه‌سازی با تابع

مثالی از یک مسئله بهینه‌سازی با سعی و خطا، تنظیم آنتن یک گیرنده تلویزیونی است. بهینه‌سازی با تابع نیز زمانی است که یک مسئله بهینه‌سازی توسط یک تابع ریاضی که به نام‌های تابع هزینه، تابع برازش و تابع هدف شناخته می‌شود، مدل شده و از روش‌های ریاضی برای حل آن استفاده شود [5]. در حالت عادی، مسئله تعیین توالی ماشینها و کارها یک مسئله بهینه‌سازی با سعی و خطا می‌باشد، ولی در این مقاله کوشیده شده است تا با ارائه یک مدل ریاضی از تابع هزینه مربوط به آن، این مسئله را تبدیل به یک مسئله بهینه‌سازی با تابع نموده و از روش‌های بهینه‌سازی ریاضی برای آن استفاده کرد. روشی که در این مقاله استفاده شده است، الگوریتم ژنتیک گسسته است.

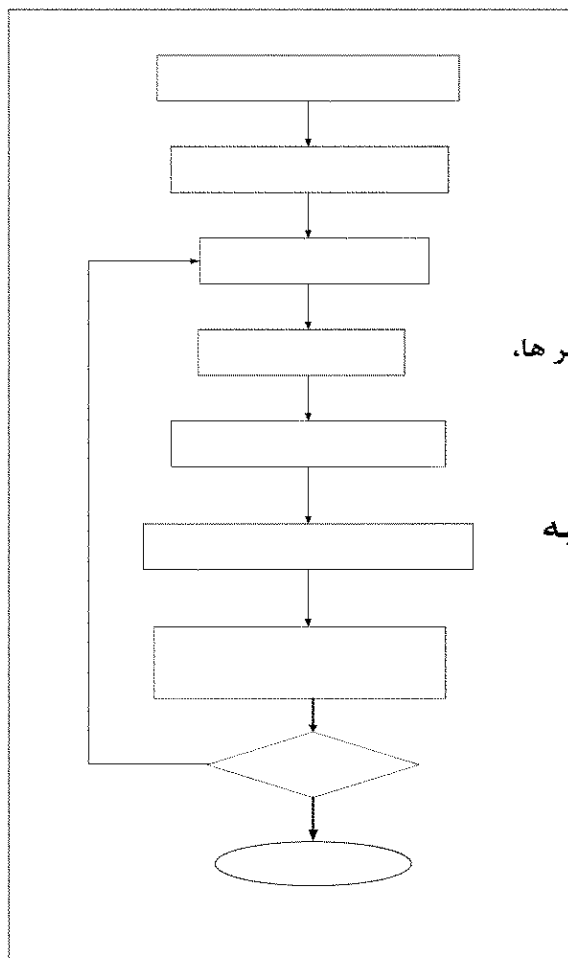
#### ۲-۲- بهینه‌سازی تک بعدی و بهینه‌سازی چند

##### بعدی

اگر تنها یک متغیر در مسئله بهینه‌سازی وجود داشته باشد، مسئله بهینه‌سازی یک مسئله تک‌بعدی و در غیر این صورت چند-بعدی است [5]. از این لحاظ مسئله تعیین توالی ماشینها و کارها، یک مسئله چندبعدی می‌باشد که تعداد متغیرهای آن برابر با تعداد خانه‌های جدول زمانبندی است که باید پر شود.

#### ۲-۳- بهینه‌سازی پویا و بهینه‌سازی ایستا

اگر تابع هزینه مسئله بهینه‌سازی تابعی از زمان نباشد با یک مسئله بهینه‌سازی ایستا سروکار داریم ولی اگر زمان نیز وارد تابع



شکل ۱: شمای کلی الگوریتم ژنتیک

همان جهش را تشکیل می‌دهد. جهش می‌تواند هم موجب بهبود در وضعیت فرزند شود و هم اینکه آن را خراب کند. محدودیت منابع موجود در محیط نیز موجب ایجاد رقابت می‌شود. قواعد اساسی الگوریتم ژنتیک برای اولین بار در سال ۱۹۶۲ توسط هالند معرفی گردیده و تا به امروز کاربردهای فراوانی در بهینه‌سازی توابع و شناسایی سیستم پیدا کرده‌است.

الگوریتم ژنتیک یک تکنیک جستجوی فراگیر است که اساس آن

روی عمل ژنتیک طبیعی و تئوری انتخاب طبیعی استوار بوده و در آن تبادل اطلاعات ساخت یافته به طور تصادفی انجام می‌شود. قانون انتخاب پارامترهای GA

انتخاب طبیعی بدین صورت است که تنها گونه‌هایی از یک جمعیت ادامه نسل می‌دهند که بهترین خصوصیات را داشته باشند و آنهایی

که این خصوصیات را نداشته باشند به تدریج و در طی زمان از بین می‌روند. بدین ترتیب می‌توان دید که طبیعت با بهره‌گیری از یک روش بسیار ساده (حذف تدریجی گونه‌های نامناسب و در عین حال تکثیر بالاتر گونه‌های بهینه) توانسته است دائماً هر نسل را از لحاظ

خصوصیات مختلف ارتقاء بخشد. در واقع می‌توان تکامل طبیعی را به این صورت خلاصه کرد: جستجوی گورگورانه (Search) + بقای قوی‌تر. ایجاد فرزندان

اصول بنیادین الگوریتم ژنتیک نیز از ژنتیک طبیعی و فرضیه سیر تکاملی نشأت گرفته و از جمعیتی شامل رشته‌های عددی و عموماً دودویی استفاده می‌کنند. این رشته‌های عددی که بیانگر پارامترهای سیستم می‌باشند در راستای بیشینه (یا کمینه) نمودن یک تابع، تعیین می‌شوند. این تابع که قابلیت توصیف سیستم توسط آن رشته عددی را بیان می‌دارد، تابع شایستگی<sup>۱۱</sup> یا تابع ارزش<sup>۱۲</sup> و یا تابع هزینه<sup>۱۳</sup> خوانده شده و عموماً از مقدار نرمالیزه آن استفاده می‌گردد.

تابع هزینه می‌تواند هر تابع غیرخطی، مشتق ناپذیر، گسسته و حتی یک الگوریتم باشد. شکل ۱، شمای کلی الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. [1,6].

#### ۴- روش جدید الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی خط تولید

در شبیه‌سازی هدف کاهش زمان پردازش و هزینه انجام کارها توسط ماشینها است. از آنجا که روشهای بهینه‌سازی موجود برای مسائل تغییرات روشها، این الگوریتم با استفاده از الگوریتم ژنتیک و انجام یافته است. برای آزمایش کارایی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، از داده‌های [7] استفاده شده است و نتایج بدست آمده با نتایج [7] مقایسه شده است.

#### جایگزین کردن کروموزوم های شایسته تر

##### ۴-۱- پارامترهای الگوریتم

(انتخاب جمعیت جدید) دو پارامتر اساسی در الگوریتم پیشنهادی به کار رفته است که عبارتند از:

- اگر ماشینها به طور مدام در حال انجام کارها باشند، ممکن است یکی از ماشینها در اثر کار زیاد خراب شود و دیگر قابل استفاده در سیستم نباشد. برای این منظور به

<sup>۱۱</sup> Fitness Function

<sup>۱۲</sup> Value Function

<sup>۱۳</sup> Cost Function

no

پایان

کروموزوم به صورت دنباله‌ای از عملیات ۴ ماشین فرض شده است یعنی:

$$\text{Chromosome} = [\text{Ma1} \quad \text{Ma2} \quad \text{Ma3} \quad \text{Ma4}]$$

در واقع برای توالی فوق خواهیم داشت:

$$\text{Chromosome} =$$

1	5	4	13	2	6	18	10	3	14	17	0	9	15
---	---	---	----	---	---	----	----	---	----	----	---	---	----

### ۳-۴- تابع هدف

حال باید میزان شایستگی این کروموزوم تعیین شود. برای تعیین شایستگی باید شروط زیر رعایت شود:

۱. توالی کارها

۲. انجام کار در کمترین زمان و با کمترین هزینه

شرط اول به این صورت است که برای کروموزوم‌های ناقص جریمه در نظر گرفته شود. به این صورت که اگر توالی کارها رعایت نشود، با دادن یک جریمه سنگین به تابع Cost آن (با بالا بردن Cost آن) عملاً این کروموزوم از جمعیت اولیه حذف می‌شود. اما شرط دوم با مراجعه به جدول انجام عملیات توسط ماشین‌ها محاسبه می‌شود که در بخش تابع هزینه در مورد آن توضیحات لازم داده خواهد شد.

### ۴-۴- تولید جمعیت اولیه

تولید جمعیت اولیه به تعداد اندازه جمعیت و به صورت تصادفی از میان کارهای موجود و با در نظر گرفتن کدهای اختصاص داده شده به هرکدام صورت می‌پذیرد. در ضمن جمعیت اولیه برای رعایت شروطی همانند عدم کار همزمان دو ماشین روی یک کار بررسی می‌شوند.

### ۵-۴- انتخاب والدین

با در نظر گرفتن هزینه هر یک از اعضای جمعیت آنها را مرتب می‌کنیم. سپس احتمال انتخاب شدن هر کدام را با تقسیم هزینه بر مجموع هزینه‌ها به دست آورده و سپس از فرایند چرخه رولت استفاده می‌کنیم [1].

$$C_n = c_n - c_{N_{keep} + 1} \quad (4)$$

هر ماشینی اجازه داده شده است تا بعد از ۳ واحد زمانی فعالیت، یک استراحت داشته باشد.

- اگر ماشینی در انجام کاری اهمال کند، ماشین مورد نظر جریمه می‌شود تا تابع هزینه مربوط به این انتخاب را بالا ببرد.

### ۲-۴- کد کردن کروموزوم

در این مسئله تعدادی کار به همراه تعدادی عملوند وجود دارد که جدول ۱ کارها و عملوندها را نشان می‌دهد.

جدول ۱: پنج کار بکار رفته در آزمایشات

	Job 1	Job 2	Job 3	Job 4	Job 5
Op. 1	1	5	9	13	17
Op. 2	2	6	10	14	18
Op. 3	3	7	11	15	19
Op. 4	4	8	12	16	20

در جدول ۱ خانه‌های هاشور خورده وجود ندارند زیرا هر کاری الزاماً همه عملوندها را ندارد، مثلاً Job 2 تنها دو عملوند برای انجام دارد. تعداد درایه‌های موجود در ماتریس برابر ۱۳ عنصر می باشد، یعنی تعداد کارهایی که ماشین‌ها باید انجام دهند برابر با ۱۳ کار می‌باشد. تعداد انتخاب‌های هر ماشین نیز برابر با ۱۴ انتخاب است که ۱۳ انتخاب برای هر کدام از کارها و یک انتخاب برای حالت آزاد ماشین در نظر گرفته شده است. بنابراین تعداد حالت‌های انتخاب برابر  $1 \times 11^5 \times 12^5 \times 13^5 \times 14^5$  می‌باشد.

با فرض داشتن ۴ ماشین برای انجام این عملوندها، جدول ۲ در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ هر عدد نمایانگر یک عمل از یک کار است. اگر ماشینی حالت بیکاری را انتخاب کند، شماره ۰ را می‌گیرد.

مثلاً ماشین یک باید ابتدا عملوند شماره ۱ و سپس عملوند شماره ۵ را انجام دهد و الی آخر.

در جدول ۲ ماشین ۱ ابتدا عملوند ۱ از کار ۱ سپس عملوند ۱ از کار ۲ عملوند ۴ از کار ۱ و عملوند ۱ از کار ۴ را انجام می‌دهد.

جدول ۲، فرض اولیه انجام کارها توسط ماشین‌ها

	توالی							
Machine 1	1	5	4	13				
Machine 2	2	6	18	10				
Machine 3	3	14	17					
Machine 4	0	9	15					

کاهش مجموع هزینه صرف شده برای انجام مجموع کارها می باشد. بنابراین تابع هزینه اول برابر رابطه (۶) می باشد.

$$f_1 = \sum_m \sum_i \sum_j (C_M)_{ij} \quad (6)$$

که در آن  $C_{ij}$  هزینه انجام عمل  $j$  ام از کار  $i$  ام توسط ماشین  $k$  ام است و  $f_1$  تابع هزینه اول (برابر با مجموع هزینه انجام کارها) می باشد.

#### ۴-۷-۲- دستیابی به کمترین زمان انجام کل عملیات

در پیدا کردن توالی انجام عملیات به وسیله ماشین ها هدف دیگر دستیابی به کمترین زمان انجام کل عملیات است. انجام هر عمل از هر کار، زمانی را برای هر ماشین نیاز دارد. این زمان (که به عنوان نوعی هزینه در نظر گرفته می شود) با عبارت  $(T_M)_{ij}$  نشان داده شده است.

در حقیقت زمان انجام عمل  $j$  ام از کار  $i$  ام توسط ماشین  $M$  است. یکی از اهداف طراحی، کاهش مجموع زمان صرف شده برای انجام مجموع کارها می باشد. بنابراین تابع هزینه دوم برابر رابطه (۷) است.

$$f_1 = \sum_m \sum_i \sum_j (T_M)_{ij} \quad (7)$$

که در آن  $(T_M)_{ij}$  در حقیقت زمان انجام عمل  $j$  ام از کار  $i$  ام توسط ماشین  $M$  ام است و  $f_2$  برابر مجموع زمان انجام کارها می باشد که به عنوان تابع هزینه دوم در نظر گرفته شده است.

#### ۴-۷-۳- تبدیل مسئله بهینه سازی چند معیاره به تک معیاره

همان گونه که بیان شد، برای مسئله تعیین توالی انجام کارها به- وسیله ماشین ها دو تابع هزینه در نظر گرفته شده است. هر دوی این توابع هزینه باید در کنار یکدیگر بهینه شوند و برنامه مناسب، برنامه- ای است که از دید هر دوی این توابع بهینه باشد. برای تبدیل این مسئله بهینه سازی دو معیاره به یک مسئله بهینه سازی تک معیاره، از مجموع وزنی توابع هزینه فوق طبق رابطه (۸) استفاده شده است.

$$f_{Total} = w_1 \times f_1 + w_2 \times f_2 \quad (8)$$

به عبارت دیگر:

$$f_{total} = w_1 \times \sum_m \sum_i \sum_j (C_m)_{ij} + w_2 \times \sum_m \sum_i \sum_j (T_m)_{ij}$$

در رابطه (۴)،  $C_n$  نشان دهنده مقدار هزینه نرمال نهایی،  $C_n$  مقدار هزینه نرمال یک کروموزوم انتخاب شده و  $C_{Nkeep+1}$  کمترین هزینه کروموزوم های انتخاب نشده می باشد.

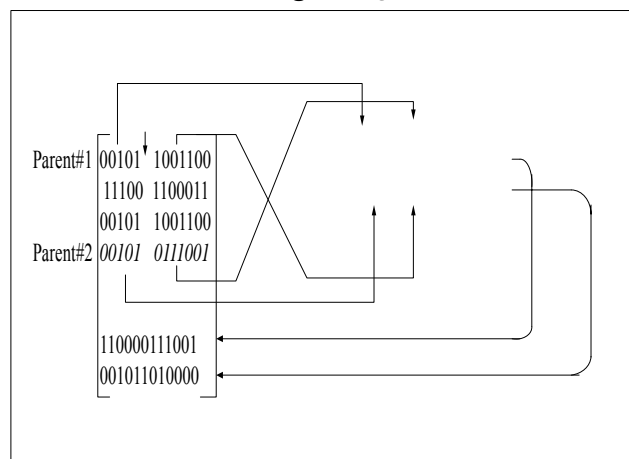
احتمال انتخاب شدن کروموزوم  $n$  ام نیز از رابطه (۵) بدست می- آید:

$$P_n = \frac{C_n}{\sum_m C_m} \quad (5)$$

#### ۴-۶- تولید فرزندان

برای تولید فرزندان از یک تقاطع (کراس اوور) تک نقطه ای ساده مطابق شکل ۲، استفاده می شود [1]. جهش نیز مشابه با تولید جمعیت جدید اتفاق می افتد. با تکرار این روش به تعداد مورد نیاز جمعیت تولید می شود.

شکل ۲، تقاطع ساده



#### ۴-۷-۷- تابع هزینه

در نوشتن تابع هزینه مسئله تا حد امکان سعی شده است تا پارامترهای مهم مسئله برنامه ریزی تعیین توالی ماشین ها و کارها وارد مدل شوند.

#### ۴-۷-۱- دستیابی به کمترین هزینه مالی

در پیدا کردن توالی انجام عملیات توسط ماشین، هدف اولیه دستیابی به کمترین هزینه مالی است. انجام هر عمل از هر کار، هزینه ای را برای هر ماشین در بر دارد. این هزینه را با عبارت  $(C_M)_{ij}$  نشان می دهیم. در حقیقت هزینه انجام عمل  $j$  ام از کار  $i$  ام توسط ماشین  $M$  است. یکی از اهداف طراحی

جدول ۵: کار سه با دو عملیات

Machine	Op. 1		Op. 2		Op. 3		Op. 4	
	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost
m1	2	4	3	5	0	0	0	0
m2	3	6	2	4	0	0	0	0
m3	3	5	3	4	0	0	0	0
m4	2	5	3	5	0	0	0	0

جدول ۶: کار چهار با سه عملیات

Machine	Op. 1		Op. 2		Op. 3		Op. 4	
	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost
m1	1	2	2	3	2	4	0	0
m2	2	2	1	2	2	4	0	0
m3	1	2	1	2	2	4	0	0
m4	1	3	2	2	3	4	0	0

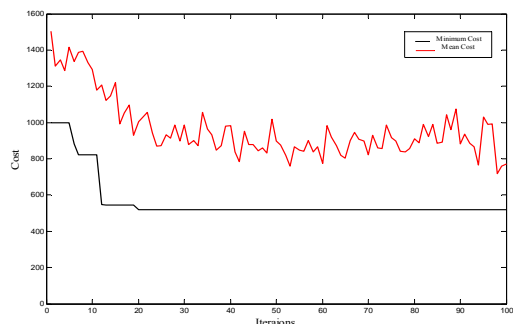
جدول ۷: کار پنج با دو عملیات

Machine	Op. 1		Op. 2		Op. 3		Op. 4	
	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost
m1	2	3	3	5	0	0	0	0
m2	2	5	2	3	0	0	0	0
m3	1	2	3	3	0	0	0	0
m4	2	3	2	5	0	0	0	0

## ۵-۲- آزمایشات

### ۵-۲-۱- آزمایش اول

هر کدام از این کارها می‌توانند به وسیله چهار ماشین انجام شوند. هدف تعیین توالی انجام کارهای موجود به گونه‌ای است که کمترین زمان و هزینه برآورده شوند. با در نظر گرفتن تابع هزینه معرفی شده و با اعمال الگوریتم ژنتیک بهبود یافته بر این مسئله، دیاگرام همگرایی الگوریتم ژنتیک مطابق شکل ۳ به دست می‌آید.



شکل ۳: دیاگرام همگرایی الگوریتم ژنتیک برای ۴ ماشین

$W_1$  و  $W_2$  وزن‌هایی هستند که اهمیت هر یک از توابع  $f_1$ ،  $f_2$  را معین می‌کنند.

اگر  $W_1$  زیاد باشد، در مسئله تعیین توالی انجام کارها توسط ماشین‌ها، اهمیت بیشتری به کم بودن میزان هزینه داده می‌شود و بنابراین برنامه‌ای که با مینیمم کردن این تابع هزینه به آن خواهیم رسید برنامه‌ای خواهد بود که تا حد ممکن، کارها را به ماشین‌هایی می‌سپارد که هزینه کمی در پی داشته باشد. در مقابل، افزایش  $W_2$  باعث می‌شود که در تعیین توالی انجام کارها توسط ماشین‌ها به زمان انجام کارها توجه بیشتری شود و برنامه‌ای که با در نظر گرفتن مقدار بالای این ضریب به دست می‌آید برنامه‌ای خواهد بود که کارها را به ماشین‌هایی می‌سپارد که در کمترین زمان، کل کارها را به انجام برسانند.

## ۵-۳- شبیه سازی و آزمایشات

در این مقاله با در نظر گرفتن هر یک از توابع هزینه فوق می‌-کوشیم تا توالی ماشینها را در یک حالت با پنج کار که هرکدام تعدادی عملیات دارند، بدست آوریم.

### ۵-۱- مجموعه داده استفاده شده

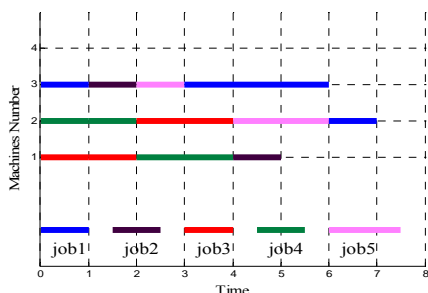
همانطور که اشاره شده برای آزمایش و شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی از مجموعه داده [7] استفاده شده است. جدولهای ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ این مجموعه داده‌ها را نشان می‌دهند.

جدول ۳: کار یک با چهار عملیات

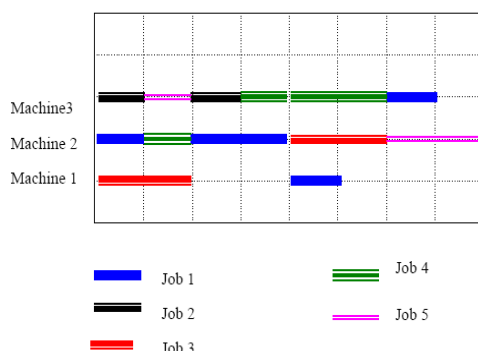
Machine	Op. 1		Op. 2		Op. 3		Op. 4	
	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost
m1	2	5	3	6	1	2	2	4
m2	2	5	2	4	1	2	2	4
m3	1	5	2	5	2	3	2	5
m4	2	6	2	5	2	3	2	5

جدول ۴: کار دو با دو عملیات

Machine	Op. 1		Op. 2		Op. 3		Op. 4	
	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost	PT	Cost
m1	2	4	1	3	0	0	0	0
m2	2	5	2	5	0	0	0	0
m3	1	4	1	2	0	0	0	0
m4	3	6	2	4	0	0	0	0



شکل ۶: برنامه نهایی بدست آمده برای زمانبندی سه ماشین



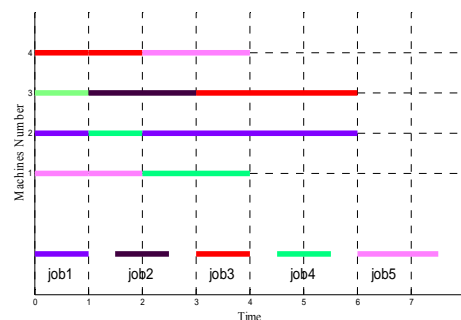
شکل ۷: نتایج حاصل از روش CM

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید در شکل ۷ با استفاده از روش CM، کارها در هشت واحد زمانی انجام یافته و ماشین‌ها در شش واحد زمانی بیکار بوده‌اند، در حالی که با استفاده از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، کارها در هفت واحد زمانی به اتمام رسیده و ماشین‌ها فقط در سه واحد زمانی بیکار مانده‌اند.

## ۶- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این مقاله الگوریتم ژنتیک برای استفاده در زمانبندی خط تولید، بهبود داده شده است که نتایج حاصل از الگوریتم ژنتیک پیشنهادی به مراتب خیلی بهتر عمل می‌کند. در ارائه برنامه زمانی انجام عملیات می‌توان پارامترهای انتخاب دیگری را وارد چرخه تصمیم‌گیری کرده و کارایی برنامه را افزایش داد. در این مقاله برای ساده‌سازی مسئله و امکان مقایسه پارامترهای متعدد در نظر گرفته نشده‌اند. روش بهینه‌سازی مورد استفاده در اینجا الگوریتم ژنتیک نبوده است، اما در ادامه کار روش‌های دیگری همچون روش بهینه‌سازی گروه ذرات (PSO) و غیره می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. توابع هزینه نوشته شده برای مدل‌سازی ریاضی اهداف مورد نظر منحصر به توابع مورد استفاده نبوده و می‌توان از توابع دیگری به عنوان مثال برای ایجاد یکنواختی در جدول توالی انجام کارها استفاده کرد.

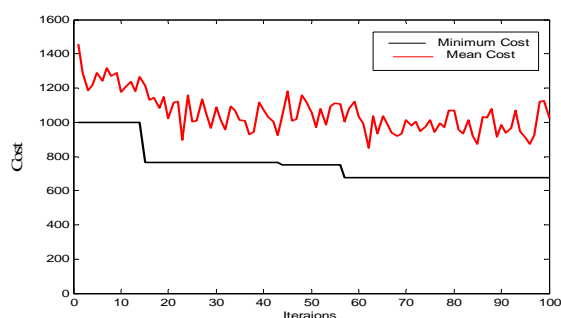
همانگونه که از شکل همگرایی الگوریتم بر می‌آید، الگوریتم ژنتیک در حدود ۶۰ تکرار توانسته است از هزینهٔ مینیمم حدود ۱۰۰۰ به هزینه ۵۱۸ برسد. هزینهٔ میانگین نیز از همگرایی کلی کروموزوم‌ها حکایت دارد. برنامهٔ زمانبندی نهایی بدست آمده به همراه جزئیات و آمار و ارقام مربوطه به صورت شکل ۴ است.



شکل ۴: برنامه زمانبندی نهایی بدست آمده برای زمانبندی چهار ماشین

## ۵-۲-۲-۵- آزمایش دوم و مقایسه با نتایج روش CM

با استفاده از روش CM<sup>۱۴</sup> و داده‌های موجود در [34]، کارها با سه ماشین انجام شده است، لذا برای امکان مقایسه، فرض را بر این گذاشتیم که یکی از ماشین‌ها خراب باشد و با الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، همین داده‌ها را بر روی سه ماشین انجام دادیم. شکل‌های ۵ و ۶ نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. شکل ۷ نتایج حاصل از روش CM در مقالهٔ Frankovic را که یک روش کلاسیک می‌باشد، نشان می‌دهد.



شکل ۵: دیاگرام همگرایی الگوریتم ژنتیک برای سه ماشین



## منابع

- [1]. Randy. L. Haupt and Sue Ellen Haupt, *Practical Genetic Algorithms, 2nd Edition*, John Wiley & Sons Inc., 2004
- [2]. J. Kennedy and R. C. Eberhart, *Particle Swarm Optimization* in Proceedings of the 4th *IEEE International Conference on Neural Networks*, pp. 1942-1948, 1995.
- [3]. Marco Dorigo, Luca Maria Gambardella and others, *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [4]. Stephen Boyd and Lieven Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004.
- [5]. Pablo Pedregal, *Introduction to Optimization*, Springer-Verlag New York Inc., 2004.
- [6]. V. Chellaboina and M. K. Ranga, "Reduced Order Optimal Control Using Genetic Algorithms", *2005 American Control Conference*, June 8-10, 2005. Portland, OR, USA
- [7]. Frankovič B., Budinská I., Dang T.T, *Agent based coordinated job/shop scheduling in production processes*, Institute of Informatics Slovak Academy of Sciences, Dúbravská cesta 9.
- [8]. R. W. Conway, W.L. Maxwell, L. W. Miller. *Theory of Scheduling*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1967.